N° D'ENREGISTREMENT
AU C.N.R.S.
AO 1488

THÈSES

PRÉSENTÉES A LA

FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

POUR OBTENIR LE GRADE DE

DOCTEUR ES SCIENCES PHYSIQUES

PAR

LUCIEN CHINCHOLLE

PREMIÈRE THÈSE

Étude de l'Écoulement d'une émulsion

DEUXIÈME THÈSE

PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ :

Évolution des Convertisseurs électriques

SOUTENUES LE 10 JUIN 1967
DEVANT LA COMMISSION D'EXAMEN

MM. ROCARD		*Président.*
FORTIER	}	*Examinateurs.*
COMOLET		
AIGRAIN		

GRENOBLE

1968

N° d'Enregistrement
au C.N.R.S.
AO 1488

THÈSES

PRÉSENTÉES A LA

FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

POUR OBTENIR LE GRADE DE

DOCTEUR ES SCIENCES PHYSIQUES

PAR

LUCIEN CHINCHOLLE

PREMIÈRE THÈSE

Étude de l'Écoulement d'une émulsion

DEUXIÈME THÈSE

PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ :

Évolution des Convertisseurs électriques

SOUTENUES LE 10 JUIN 1967
DEVANT LA COMMISSION D'EXAMEN

MM.	ROCARD	*Président.*
	FORTIER	*Examinateurs.*
	COMOLET	
	AIGRAIN	

GRENOBLE

1968

FACULTÉ DES SCIENCES

PROFESSEURS

Le Doyen. . . . . . **M. ZAMANSKY**

Grasse	T	Evolution des êtres organisés.
Prévost	T	Chimie organique.
Wyart	T	Minéralogie et cristallographie.
Teissier	T	Zoologie.
Auger	T	Physique quantique et relativité.
Monnier	T	Physiologie générale.
Piveteau	T	Paléontologie.
Rocard	T	Physique E.N.S.
Cartan	T	Mathématiques E.N.S.
Laffitte	T	Chimie générale.
N...	T	Géométrie supérieure.
Coulomb	T	Physique du globe.
Chrétien	T	Chimie minérale.
Bocquet	T	Zoologie.
Kastler	T	Physique E.N.S.
Ephrussi	T	Génétique.
Gautheret	T	Biologie végétale CPEM.
Lucas R.		Recherches physiques.
Thomas A.	T	Biologie.
Morand	T	Physique enseignement.
Soleillet	T	Physique CPEM.
Fortier	T	Mécanique expérimentale des fluides.
Drach	T	Biologie maritime.
Queney	T	Météorologie et dynamique de l'atmosphère.
Gallien	T	Embryologie.
Mlle Cauchois	T	Chimie physique.
Thellier	T	Physique du globe.
Poncin	T	Mécanique générale.
Dubreil	T	Arithmétique et théorie des nombres.
Cagniard	T	Géophysique appliquée.
Champetier	T	Chimie macromoléculaire.
Cuvillier	T	Micropoléontologie.
Trillat		Microscopie et diffraction électronique.
Wiemann	T	Chimie organique et structurale.
Vassy	T	Physique de l'atmosphère.
Destouches	T	Théorie physique.
Amiel	T	Chimie générale.
J.-P. Mathieu	T	Physique optique.
Couteaux	T	Cytologie.
Choquet	T	Théorie des fonctions et topologie.
Feldmann	T	Biologie végétale marine.
Jost	T	Physiologie comparée.
Fortet	T	Calcul des probabilités et physique mathématiques.
Schwartz	T	Calcul différentiel et intégral.
Chouard	T	Physiologie végétale.
Malavard	T	Aviation (technique aéronautique).
Brelot	T	Analyse supérieure.
Eichhorn	T	Botanique.
Bénard	T	Chimie appliquée.
Dugue	T	Statistique mathématique.
Soulairac	T	Psychophysiologie.
Ulrich	T	Physiologie végétale appliquée.
Kirrmann	T	Théories chimiques.
Chadefaud	T	Botanique.
Mlle Le Breton	T	Physiologie de la nutrition.
Lelong	T	Application de l'analyse à la géométrie.
Devillers	T	Anatomie comparée.
Ehresmann	T	Topologie algébrique.
Françon	T	Physique SPCN.
Glangeaud	T	Géographie physique, géologie dynamique.
Godement	T	Mathématiques MGP.
Pisot	T	Technique mathématiques de la physique.
Roch	T	Géologie.
Schatzmann	T	Astrophysique.
Termier	T	Géologie générale.
Zamansyk	T	Mathématiques générales.
Lennuier	T	Physique MGP.
Routhier	T	Géologie appliquée.
Mme Tonnelat	T	Physique théorique.
Dixmier	T	Mathématiques MPC.
Souchay	T	Chimie générale.
Aigrain	T	Electrotechnique.
Brusset	T	Chimie systématique.
Lévy	T	Physique théorique des hautes énergies.
Mme Chaix	T	Chimie biologique.
Mme Hurel Py	T	Biologie végétale CPEM.
Pannetier	T	Chimie générale I.
Normant	T	Synthèse organique.
Yvon	T	Théories physiques.
Cotte	T	Physique électricité.
Dubois J. E.	T	Chimie organique physique.
Lamotte	T	Zoologie E.N.S.
Olmer	T	Energétique générale.
Gauthier	T	Mécanique appliquée.
Barchewitz	T	Chimie physique.
Brossel	T	Physique atomique.
Buser	T	Physiologie comparée.
Camus	T	Physiologie végétale.
Curien	T	Minéralogie et cristallographie.
Possompes	T	Zoologie.
Pullmann	T	Chimie quantique.
Teillac	T	Physique nucléaire et radioactivité.
Ville	T	Econométrie.
Freymann	T	Recherches physiques.
Rollet	T	Chimie minérale.
Mlle Josien	T	Chimie SPCN.
Chevalley	T	Géométrie algébrique et théorie des groupes.
Germain	T	Mécanique théorique des fluides.
Lucas G.	T	Géologie.
Allard	T	Chimie physique.
Berthelot	T	Physique des particules fondamentales.
Bricard	T	Météorologie.
Mme Albe-Fessard	T	Psycho-physiologie.
M. Julia	T	Etude des molécules naturelles complexes.
Magat	T	Physico-chimie des rayonnements.
Monod	T	Chimie du métabolisme.
Brun	T	Mécanique des fluides I.
Mme Dubreil	T	Mathématiques (agrégation).
Mme Lelong	T	Mathématiques II E.N.S.
Bellair	T	Géologie SPCN.
Bouissières	T	Radiochimie.
Mme Couture	T	Thermidynamique et mécanique.
Franc		Biologie animale CPEM.
Schnell	T	Botanique tropicale.
Stolkowski	T	Pysiologie générale.
Acher	T	Chimie biologique.
Baudoin	T	Biologie animale CPEM.
Beaumont		Biologie animale SPCN.
Blamont		Géophysique ionosphère.
Boureau	T	Botanique.
Curie D.		Physique MGP.
Durand Delga	T	Géologie.
Heller	T	Physiologie végétale.
Tortrat	T	Calcul des probabilités.
Cailleux	T	Géologie SPCN.
Magnan	T	Physique électricité.
Daudel	T	Mécanique ondulatoire.
Mme Choquet-Bruhat	T	Mécanique analytique, mécanique céleste.
Mlle Veil	T	Physiologie générale.
Lwoff	T	Microbiologie.
Siestrunck	T	Mécanique physique et expérimentale.
Cabannes	T	Mécanique théorique.
Caire	T	Géographie physique et géologie dynamique.
Comolet	T	Mécanique des fluides.
Delloue	T	Physique de l'exosphère.
Houillon	T	Biologie animale.
Olivier	T	Anthropologie.
Samuel	T	Mathématiques (E.N.S. jeunes filles).
De Possel	T	Analyse numérique.
Charlot	T	Chimie analytique.
Chatelet	T	Chimie CPEM.
Mattler	T	Physique SPCN.
Aubouin	T	Géologie.
Mme Benoit-Gueutal	T	Physique nucléaire et radioactivité.
Bougis		Biologie végétale marine, Villefranche-sur-Mer.
Rigaudy	T	Chimie SPCN.
Collongues	T	Chimie appliquée.
Dubert		Biochimie.
Nozières	T	Physique fondamentale.
Cadiot		Chimie organique.
Ivanoff	T	Océanographie physique.
François		Zoologie.
Talbot		Génie chimique.
Mme Nougarède		Botanique.
Bruhat	T	Mathématiques MPC.
Fournet		Electricité générale.
Deheuvels	T	Mathématiques propédeutique.
Furon	T	Géologie SPCN.
Mme Gans	T	Génétique.
Genèves		Biologie végétale CPEM.
Hupe	T	Pétrographie.
Hollande	T	Biologie générale.
Lions	T	Analyse numérique.
Maitte	T	Chimie organique.
Nicolas		Géologie appliquée.
Panigel		Biologie générale.
Ravier	T	Pétrographie.
Morel F.	T	Physiologie comparée.
Roseau	T	Mécanique théorique des fluides.
Roubine	T	Electronique E.S.E.
Silber	T	Chimie CPEM.
Uebersfeld	T	Electronique.
Thiry	T	Mécanique céleste.
Abeles	T	Physique SPCN.
Amat	T	Thermodynamique.
Balkanski		Physique MPC 1.
Le Corre	T	Electricité.
Nataf	T	Physique nucléaire et radioactivité.
Echalier		Biologie animale CPEM.
Barraud	T	Physique CPEM.
Dars		Géologie structurale et appliquée.
Camefort		Botanique (agrégation).
Vichniewsky	T	Mécanique industrielle.
Sigwalt		Chimie SPCN.
Blaquière		Automatique.
Baruch		Physique propédeutique.
Arnous	T	Physique théorique.
Sloninski		Génétique.
Malliavin	T	Mathématiques propédeutique.
Gaudemar		Chimie propédeutique.
Brousse	T	Mécanique théorique.
Rosch	T	Astronomie.
Guy	T	Physique expérimentale.
Lazard	T	Mathématiques MPC.
Morel P.		Physique MPC.
Arsac		Programmation.
Lefebvre	T	Chimie MPC.
Bok		Physique fondamentale.
Chapeville		Biochimie.
Benoit		Physique CPEM.
Rio		Chimie CPEM.
Jauzein		Géologie ENS.
Prévost G.		Biologie cellulaire.
Favard P.		Biologie animale CPEM.
Mme Charniaux-Cotton		Evolution des êtres organisés.
Mlle Fanc:ni		Chimie CPEM.
Lequeux		Astronomie.
Cohen Tannoudji		Physique atomique.
Hervé	T	Mathématiques.
Mme Pecker-Wimel	T	Astrophysique.
Tavernier		Physique PC.
Durand Michel		Biologie animale SPCN.
Pascaud		Physiologie.
Mme Petit		Biologie animale CPEM.
Cagnac		Electricité.
Falk-Vairant		Physique nucléaire.
Krasner	T	Mathématiques.
Benzecri	T	Statistiques.
Vinh Mau		
Duquesnes		Physique CPEM.
Schutzenberger	T	Programmation.
Trémillon		Chimie MPC.
Fayard		Chimie MPC.
Buvet		Chimie CPEM.
Authier		Minéralogie et cristallographie.
Bonnefille		Electrotechnique.
Mme Puiseux Dao		Biologie végétale.
Berger	T	Géométrie supérieure.
Mlle Libermann	T	Mathématiques.
Dedonder	T	Biologie cellulaire.
Dufour	T	Electronique I.U.T.
Schaal		Chimie CPEM.
Bauchot		Anatomie comparée.
Lance		Biologie végétale CPEM.
Giraud		Botanique E.N.S.
Hulin		Physique PC.
Vigier		Génétique.
Guern		Biologie végétale.
Slodzian		Physique CPEM.
Lacombe		Logique mathématique.
Tavlitzki		Biologie cellulaire.
Arvieu		Physique CPEM.
Taxi		Biologie animale CPEM.
Collenot		Biologie animale CPEM.
Basselier		Chimie propédeutique.
Badoual		Electronique I.U.T.

UNIV. LEIDEN

Nous tenons à remercier vivement et à assurer de notre profonde reconnaissance :

M. Pierre AIGRAIN, *Directeur Général des Enseignements Supérieurs,* pour les encouragements qu'il nous a témoignés,

M. le Professeur Yves ROCARD, *Directeur du Laboratoire de Physique de l'Ecole Normale Supérieure,* pour l'intérêt qu'il a bien voulu porter à notre travail en acceptant la présidence du Jury d'examen,

M. le Professeur André FORTIER, *Directeur du Laboratoire de Mécanique Expérimentale des Fluides,* qui nous a accueilli avec bienveillance dans son laboratoire,

M. le Professeur Philippe OLMER, *Directeur du Laboratoire Central des Industries Electriques,* pour l'aide efficace qu'il nous a apportée,

M. le Professeur Raymond COMOLET, qui a assuré la direction de ce travail et qui nous a guidé constamment en nous prodiguant ses conseils,

Tous les collaborateurs techniques dont j'ai apprécié le concours dévoué,

Et enfin, tous les amis du Laboratoire de Mécanique Expérimentale des Fluides et du Laboratoire Central des Industries Electriques, qui se sont intéressés à cette étude.

PREMIÈRE PARTIE

Étude théorique du mouvement d'une bulle
Effet fusée
Pébullon

La mécanique des émulsions intéresse de nombreuses industries. Beaucoup d'études traitent de ce problème. Mais les résultats sont divergents [1] à cause, semble-t-il, des conditions expérimentales propres à chaque appareil. Deux voies de recherche se dessinent. Ou bien elles analysent les phénomènes globaux en considérant le fluide émulsion comme un fluide spécial. Ou bien elles abordent le problème à la base, à partir d'une bulle isolée, mais en négligeant bien souvent les phénomènes liés à l'inertie du liquide entourant la bulle.

Nous nous sommes proposé de comprimer une émulsion dans une pompe centrifuge. Les multiples difficultés bien connues des constructeurs et des utilisateurs de pompes n'ont pas tardé à apparaître. Pour les vaincre et ainsi faciliter le pompage des émulsions, il fallait tout d'abord connaître les forces qui agissent sur les bulles de gaz. L'une d'elles nous a paru jouer un rôle primordial. Nous l'avons étudiée dans une théorie générale. Le problème de l'écoulement d'une émulsion dans une pompe centrifuge n'a plus été qu'une simple application.

La connaissance de cette force a permis de proposer des réponses à de nombreuses questions que se posent les hydrauliciens et les chimistes notamment lors des opérations de transfert de chaleur, de masse et, plus généralement, d'énergie.

Nous avons appelé « effet fusée » la propriété que possède une bulle de s'autopropulser par variation de volume.

Notre travail se résume à une question fort simple. Quel est le comportement d'une bulle de gaz dans un liquide où existent des gradients de pression ou de température? En particulier, dans une pompe centrifuge, une bulle va-t-elle remonter à contre-courant vers le centre? Sera-t-elle entraînée par le fluide? Ou, ce qui peut paraître une gageure, s'écoulera-t-elle plus rapidement que lui?

Nous avons mis en évidence deux points théoriques importants :

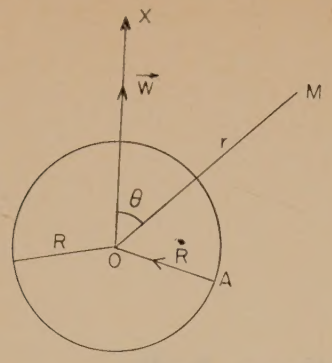
— la constance de la quantité de mouvement d'une particule équivalente au mouvement de la bulle dans son mouvement de translation;
— le mécanisme de transfert d'énergie.

Définition de l'effet fusée et du pébullon

La mécanique des suspensions étudie les dispersions dans leur ensemble, c'est-à-dire le mélange de deux phases distinctes.

La phase continue peut être liquide ou gazeuse. Nous nous intéresserons particulièrement à la première quand la phase dispersée est constituée par des bulles de gaz. Nous l'appellerons une émulsion suivant un usage courant. De plus, nous ne considèrerons que des particules dont les dimensions sont beaucoup plus grandes que les dimensions moléculaires mais inférieures au millimètre.

L'effet fusée est la conséquence d'un mouvement



1/

permanent. Comme il revêt une certaine importance, nous serons amené à négliger de nombreux termes secondaires notamment les forces de pesanteur.

1. Généralités.

Prenons une bulle schématisée par une sphère souple de centre de gravité O. Soit l'axe Ox qui coïncide avec la direction de la vitesse $\vec{W}$ du point O par rapport au fluide. Un point M est repéré par le rayon vecteur r et par l'angle θ. Sur la sphère, nous avons $r = R$. La vitesse de la particule fluide M par rapport au point O dépend de la vitesse de translation $-\vec{W}$ et de la vitesse radiale $r = dr/dt$. La vitesse radiale d'un point de la surface sphérique sera $\dot{R}$. Deux cas peuvent se présenter :

— $R > O$: la bulle grossit : il y a explosion;

— $\dot{R} < O$: la bulle se réduit : c'est l'implosion.

Le mouvement d'une bulle à l'intérieur d'un liquide sera la superposition du mouvement radial et du mouvement de translation. Dès 1917 Lord Rayleigh a étudié le premier. L'autre a été considéré plus tard ainsi que la superposition des deux. Ces dernières années, plusieurs chercheurs se sont intéressés à cette étude dans des domaines divers. Nous citerons entre autres Benjamin, Ellis [2], Naudé [3], Jansen (ébullition) [4], Canavelis (cavitation) [5].

Afin de simplifier les calculs, nous avons été conduit à formuler plusieurs hypothèses de départ. Soit un liquide incompressible et sans viscosité dont la vitesse de chacune des particules dérive d'un potentiel Φ.

Les bulles qui évoluent dans ce fluide seront supposées suffisamment petites (rayon inférieur au millimètre) pour que les forces de capillarité assurent une forme sphérique.

Toutefois, dans nos calculs, nous ne ferons pas intervenir la tension superficielle et dans nos considérations expérimentales nous tiendrons compte des frottements. Il est évident que l'on ne peut pas superposer deux études effectuées avec des hypothèses différentes. Les résultats obtenus ne pourront être qu'approximatifs, mais ils permettront de proposer une solution approchée des problèmes relatifs à l'écoulement des bulles. Il existe des études partielles plus précises, mais il semble qu'il est surtout intéressant d'atteindre les caractéristiques essentielles du mouvement général des bulles.

L'étude théorique sera développée en supposant que la pression à l'intérieur de la bulle est nulle ou constante. Ensuite, nous l'étendrons à une bulle de gaz dans des conditions particulières sans envisager le cas des oscillations de volume.

2. Etude théorique.

La formule fondamentale de la dynamique s'écrit :

$$m \frac{\overrightarrow{dV}}{dt} = \Sigma \vec{F}$$

m : masse propre de la bulle;

$\vec{V}$: vitesse absolue de la bulle;

$\overrightarrow{\Sigma F}$: somme de toutes les forces appliquées : forces de pression, forces de frottement et forces extérieures.

Nous avons à déterminer ces différentes forces, notamment les forces de pression.

Considérons l'écoulement autour d'une bulle.

Soient :

$\Phi = \Phi\ (x, y, z, t)$:
le potentiel des vitesses absolues;

$\Omega = \Omega\ (x, y, z)$:
le potentiel des forces extérieures;

$f\ (t)$: une fonction arbitraire du temps, par exemple la pression que l'on impose à l'ensemble;

p : la pression en un point, à un instant donné;

v : la vitesse d'une molécule de fluide par rapport à une origine prise au centre de gravité de la particule;

ρ : la masse volumique du fluide.

Avec un système d'axes lié à la particule, donc mobile par rapport au liquide, la relation de Bernoulli généralisée s'écrit [6] :

$$\frac{p}{\rho} = \frac{\partial \Phi}{\partial t} - \frac{v^2}{2} + \Omega + f\ (t) \qquad (1)$$

Notons p_∞, v_∞ la pression et la vitesse du liquide à l'infini, c'est-à-dire en un point où la présence du corps n'apporte plus que des perturbations négligeables. La valeur de l'énergie cinétique du fluide mise en jeu décroît très rapidement au fur et à mesure qu'on s'en éloigne. Dans le cas d'un corps sphérique de rayon R, à une distance $r = 3$ R, elle est égale à l'énergie cinétique totale à 1 % près [7]. Par conséquent, la perturbation apportée à l'écoulement du fluide par la présence de la sphère ne s'étend guère au-delà de trois rayons (cas d'une sphère rigide en mouvement de translation).

Dans une direction donnée, la vitesse est égale à $-\partial\Phi/\partial n$. La condition de continuité donne l'équation $\Delta\Phi = 0$ qui peut s'écrire également :

$$\iint (\partial\Phi/\partial n)\ ds = 0$$

en intégrant sur une surface fermée.

Les conditions aux limites caractérisques du problème étudié permettent la détermination de la fonction Φ :

— la vitesse du liquide est nulle à l'infini;

— à la surface de la bulle, à un instant donné, pour $r = R$, on a :

$$-\partial\Phi/\partial r = W\cos\theta + \dot{R}$$

Le potentiel des vitesses sera pris égal à :

$$\Phi = \frac{WR^3\cos\theta}{2r^2} + \frac{R^2\dot{R}}{r} \qquad (2)$$

La relation de Bernoulli (1) nous donne la valeur de la pression en un point quelconque. Calculons successivement les différents termes qui la composent.

Dérivons tout d'abord la fonction Φ par rapport au temps :

$$\frac{\partial\Phi}{\partial t} = \frac{1}{2}\frac{R^3\cos\theta}{r^2}\frac{\partial W}{\partial t} + \frac{3}{2}W\frac{R^2\cos\theta}{r^2}\frac{dR}{dt} - \frac{WR^3\cos\theta}{r^3}\frac{dr}{dt} - \frac{1}{2}\frac{WR^3\sin\theta}{r^2}\frac{d\theta}{dt} - \frac{R^2\dot{R}}{r^2}\frac{dr}{dt} + \frac{2R\dot{R}^2 + R^2\ddot{R}}{r}$$

L'origine des coordonnées prise au centre de la sphère est en mouvement. Pour le point fixe de l'espace que nous considérons, les valeurs de r et de θ seront, par conséquent, variables. Nous aurons :

$$\frac{dr}{dt} = -W\cos\theta$$
$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{W\sin\theta}{r}$$
$$\frac{\partial W}{\partial t} = \frac{dW}{dt} = \dot{W}$$
$$\frac{dR}{dt} = \dot{R}$$

(la vitesse $\dot{R}$, à un instant donné, est supposée uniforme sur toute la surface sphérique).

Les composantes de la vitesse v s'écrivent :

$$-\frac{\partial\Phi}{\partial r} = \frac{WR^3\cos\theta}{r^3} + \frac{R^2\dot{R}}{r^2}$$
$$\frac{1}{r}\frac{\partial\Phi}{\partial\theta} = \frac{-WR_3\sin\theta}{2r^3}$$

La relation de Bernoulli donne enfin en un point du fluide :

$$\frac{p'}{\rho} = \frac{R^3}{r^2}\frac{\dot{W}\cos\theta}{2} + \frac{R^2}{r^2}\frac{3}{2}W\dot{R}\cos\theta + W^2\cos^2\theta\left(\frac{R^3}{r^3} - \frac{R^6}{2r^6}\right) - \frac{W^2\sin^2\theta}{8}\frac{5R^3}{r^3} + W\dot{R}\cos\theta\left(\frac{R^2}{r^2} - \frac{R^5}{r^5}\right) + 2\dot{R}^2\left(\frac{R}{r} - \frac{R^4}{4r^4}\right) + \frac{R^2}{r}\ddot{R} + f(t) + \Omega \qquad (3)$$

A l'infini nous avons :

$$\frac{p_\infty}{\rho} = f(t) + \Omega_\infty$$

et, à la surface de la bulle, en supposant que le potentiel Ω est constant :

$$\frac{-p}{\rho} = \frac{1}{2}(R\dot{W} + 3W\dot{R})\cos\theta + \frac{W^2}{16}(9\cos 2\theta - 1) + \frac{3}{2}\dot{R}^2 + R\ddot{R} \qquad (4)$$

p représente la pression relative s'exerçant en un point sur la surface de la bulle.

Pour calculer la force résultante appliquée à la bulle, nous devons intégrer cette équation sur toute la surface mouillée. La bulle étant sphérique à tout instant, elle ne pourra se déformer que radialement. Par raison de symétrie, la résultante cherchée aura donc la direction du mouvement. Elle sera égale à :

$$F = -\int_0^\pi 2\pi R\sin\theta . R d\theta . p\cos\theta$$

Soit :

$$-F = \frac{2}{3}\pi R^2\rho(R\dot{W} + 3W\dot{R})$$
$$= \frac{2}{3}\pi\rho R^3\dot{W} + 2\pi\rho R^2\dot{R}W$$

Posons :

$$M' = \frac{1}{2}M = \frac{2}{3}\pi\rho R^3$$

soit la moitié de la masse de liquide déplacé. La valeur classique M' est appelée la masse induite.

La force résultante s'écrit alors :

$$\vec{F} = -\left[M'\frac{\overrightarrow{dW}}{dt} + \vec{W}\frac{dM'}{dt}\right] \qquad (5)$$

ou, en mettant M' en facteur :

$$\vec{F} = -M'\left(\frac{\overrightarrow{dW}}{dt} + \vec{W}\frac{3}{D}\frac{dD}{dt}\right) \qquad (6)$$

La valeur de $\vec{F}$ n'est autre que la dérivée par rapport au temps de la quantité de mouvement liée à la masse induite de la bulle :

$$\vec{F} = \frac{-d(\overrightarrow{M'W})}{dt} \qquad (7)$$

Nous pouvons, d'autre part, déterminer la valeur de l'énergie cinétique du liquide mis en mouvement par le passage d'une bulle. Elle est donnée par l'intégrale [7] :

$$2T = -\rho\iint\Phi\frac{\partial\Phi}{\partial n}dS$$

dS : élément de la surface baignée par le liquide;

$\partial\Phi/\partial n$: composante de la vitesse suivant la normale à dS.

Le calcul est facile dans le cas d'une bulle sphérique. On obtient :

$$2T = \frac{2}{3}\pi\rho R^3W^2 + 4\pi\rho R^3\dot{R}^2$$

soit :

$$\boxed{T = \frac{1}{2}M'W^2 + \frac{1}{2}M''\dot{R}^2} \qquad (8)$$

Les deux termes du second membre correspondent aux résultats provenant de l'étude séparée des mouvements de translation et d'implosion. (M''

représente la masse équivalente à celle du liquide dans son mouvement radial : $M'' = 3\,M = 6\,M'$.)

Le premier terme de la formule (8) représente l'énergie cinétique de translation T′ de la bulle et le second l'énergie cinétique d'implosion T″, la somme des deux étant l'énergie cinétique totale T.

$$T = T' + T''$$

Equation du mouvement d'une bulle :

Nous traiterons le cas particulier où seules existent les forces de pression F que nous venons de définir. Elles seront appliquées à la masse m de la bulle. Nous obtenons alors les trois équations équivalentes suivantes :

$$-\left[M' \frac{\overrightarrow{dW}}{dt} + \vec{W} \frac{dM'}{dt}\right] = m \frac{\overrightarrow{dW}}{dt} \qquad (9)$$

$$-M' \left[\frac{\overrightarrow{dW}}{dt} + \frac{3\vec{W}}{D} \frac{dD}{dt}\right] = m \frac{\overrightarrow{dW}}{dt} \qquad (10)$$

$$-\frac{d(\overrightarrow{M'W})}{dt} = m \frac{\overrightarrow{dW}}{dt} \qquad (11)$$

La comparaison des deux termes $m\,(\overrightarrow{dW}/dt)$ et $M'\,(\overrightarrow{dW}/dt)$ montre que, la masse propre m étant négligeable devant la masse induite M′, on peut l'égaler à zéro, ce qui donne les relations équivalentes :

$$M' \frac{\overrightarrow{dW}}{dt} = -\vec{W} \frac{dM'}{dt} \qquad (12)$$

$$\frac{\overrightarrow{dW}}{dt} = -\frac{3\vec{W}}{D} \frac{dD}{dt} \qquad (13)$$

$$\overrightarrow{M'W} = \text{Cte} \qquad (14)$$

Nous pouvons également évaluer la puissance absorbée par la bulle dans son mouvement de translation :

$$P = m\vec{W} \cdot \frac{\overrightarrow{dW}}{dt} = -\left[M'W \frac{dW}{dt} + W^2 \frac{dM'}{dt}\right]$$

Avec l'hypothèse précédente ($m = 0$) il en résulte :

$$M'W \frac{dW}{dt} = -W^2 \frac{dM'}{dt} \qquad (15)$$

Nous allons interpréter les relations obtenues.

3. Définition de la particule équivalente à la bulle dans son mouvement de translation.

Considérons l'équation (12). Elle exprime qu'un corps de masse M′ et de vitesse W prend une accélération dW/dt sous l'action d'une force bien définie. Les caractéristiques cinématiques de ce mouvement sont identiques à celles du mouvement de la bulle associée. Il paraît intéressant de remplacer l'équation du mouvement d'une bulle par celle d'une particule équivalente à la bulle dans son mouvement de translation (p.é. bulle). Dans le cas particulier considéré nous l'appellerons le *pébullon*.

Le pébullon est donc une quasi particule se déplaçant dans le vide. Comme elle n'est soumise à aucune force extérieure elle doit s'autopropulser et fournir elle-même l'énergie nécessaire. Cette propulsion va se faire à la manière d'une fusée; c'est pourquoi nous avons appelé ce phénomène l'effet fusée.

La force définie ci-dessus (5) représente la résultante des forces de pression s'exerçant sur la bulle. Elle peut être interprétée comme une force d'inertie. Nous préférons dissocier son expression pour faire apparaître chacun de ses termes et leur attribuer une signification particulière :

Le premier, $-M'\,(\overrightarrow{dW}/dt)$, peut être considéré comme la force d'inertie classique d'un corps de masse M′ soumis à l'accélération $\overrightarrow{dW}/dt$. La bulle de masse m est soumise également à cette accélération $\overrightarrow{dW}/dt$ dans son déplacement relatif par rapport au fluide. L'étude de son mouvement peut donc se ramener à celle d'un corps de masse effective $M^* = M' + m$.

Le second terme $-\vec{W}\,(dM'/dt)$, moins classique, apparaît comme une force nouvelle que nous considérerons dans deux cas distincts. Supposons l'accélération et la vitesse positives :

a) $dM'/dt < 0$: La bulle se réduit (implosion). Il y a perte de masse induite. Le second terme $\vec{W}\,(dM'/dt)$ étant négatif et de signe opposé au premier, joue donc le rôle d'une force motrice ou poussée positive que nous appelons effet fusée direct par analogie avec le mode de propulsion des fusées;

b) $dM'/dt > 0$: La bulle grossit (explosion). Il y a accroissement de masse induite. Cette expansion entraîne une nouvelle force de même signe que $M'\,(\overrightarrow{dW}/dt)$. L'inertie apparente de la bulle se trouve augmentée. La bulle est alors soumise à un effet rétrofusée.

Cet effet fusée mérite d'être précisé davantage. Soit une fusée de masse M. La quantité de combustible dM qu'elle éjecte à la vitesse $-\vec{W}$ possède une quantité de mouvement $-\overrightarrow{W\,dM}$ par rapport à la fusée. L'ensemble de la masse M étant supposé pris dans le vide, a une quantité de mouvement constante. Pour compenser la variation de quantité de mouvement $-\overrightarrow{W\,dM}$, la fusée proprement dite augmentera sa vitesse pour accroître sa quantité de mouvement d'une valeur égale et opposée $\overrightarrow{W\,dM}$. L'éjection des gaz provoque donc une accélération de la fusée de même sens que $\vec{W}$.

Dans notre problème, le pébullon peut être assimilé à la fusée. La variation dM' de masse induite consécutive à la diminution de volume est analogue à la masse dM des gaz éjectés. La bulle se déplace à la vitesse $\vec{W}$ par rapport au liquide. En abandonnant le pébullon, la masse dM' passe de la vitesse $\vec{W}$ à une vitesse nulle en retrouvant la vitesse du liquide. Par rapport à la bulle, cette masse dM' semble éjectée à la vitesse $-\vec{W}$ et elle entraîne une variation de quantité de mouvement égale à $-\overrightarrow{W\,dM'}$. Le pébullon compense celle-ci en accrois-

sant sa quantité de mouvement d'une valeur égale $\overrightarrow{W\,dM'}$. Il en résulte une augmentation de vitesse.

Le pébullon se comporte comme une fusée particulière qui éjecterait le combustible à une vitesse égale à sa vitesse de translation $\vec{W}$.

L'énergie cinétique de translation à un instant donné étant :

$$E_{cin.tr.} = \frac{1}{2} M'W^2 \qquad \text{avec} \qquad (M'W = Cte)$$

nous pouvons déterminer la puissance absorbée pour accroître cette énergie cinétique :

$$P_{tr} = \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2} M'W^2\right) = \frac{1}{2} M'W \frac{dW}{dt}$$

$$= M'W \frac{dW}{dt} - \left(-\frac{1}{2} W^2 \frac{dM'}{dt}\right)$$

Cette expression nous permet de dire que la puissance totale développée par le pébullon étant $M'W\,(dW/dt)$, elle sert pour moitié à son accélération et pour moitié à l'éjection de la masse dM'/dt à la vitesse $-\vec{W}$.

Suivant les signes respectifs des différents termes, elle peut être positive ou négative, c'est-à-dire fournie ou absorbée.

Puisque le pébullon se déplace dans le vide et qu'il fournit son énergie, nous devons associer une énergie à sa variation de masse induite :

$$\frac{dM'}{dt} \rightleftharpoons - W^2 \frac{dM'}{dt}$$

A une réduction de masse correspond un accroissement d'énergie cinétique. Inversement, une élévation de masse s'accompagne d'une diminution d'énergie cinétique.

$$m' \rightleftharpoons m'W^2$$

La masse du pébullon est soumise à la loi de variation de M' soit :

$$\frac{dM'}{dt} = K \frac{d}{dt}(\rho D^3)$$

Le terme du second membre dépend du temps et du milieu réel traversé par la bulle. Plus généralement, si α représente un paramètre quelconque caractéristique de ce milieu, la loi de variation de dM'/dt sera une fonction de grad α.

Dans un milieu uniforme (caractéristiques constantes, grad $\alpha = 0$) le pébullon conserve tous ses paramètres fixes (vitesse, masse induite, énergie, etc.). Ces derniers varieront dès qu'il entrera dans un milieu non uniforme.

Définition de la pébulle.

Pratiquement une bulle réelle possède une masse effective M * qui est la somme de la masse propre m et de la masse induite M'. Elle évolue dans un milieu avec frottements sous l'action de forces de volume. On peut alors définir à l'image du pébullon *la pébulle* qui est la particule équivalente de la bulle réelle dans son mouvement de translation. Elle est liée au milieu où elle puise une partie de son énergie, l'autre partie étant fournie par le pébullon.

La pébulle est soumise notamment à une force due à l'effet fusée.

Pratiquement, dans l'équation du mouvement de la pébulle, il est possible de mettre le terme M' en facteur. Par simplification, il apparaît alors une expression donnant la valeur de l'accélération :

$$\vec{\Gamma} = \vec{\Gamma}_f + \vec{\Gamma}_t + \vec{\Gamma}_A + \Sigma\vec{\Gamma}_i$$

$\vec{\Gamma}_f = -\frac{3\,\vec{W}}{D}\frac{dD}{dt}$: accélération due à l'effet fusée;

$\vec{\Gamma}_t$: accélération consécutive aux forces de frottement;

$\vec{\Gamma}_A$: accélération relative aux forces d'Archimède;

$\Sigma\vec{\Gamma}_i$: accélérations diverses.

4. Conditions d'existence de l'effet fusée.

Nous avons montré que l'étude de la résultante des forces de pression permet de définir le pébullon dont la quantité de mouvement $\overrightarrow{M'W}$ reste constante. L'existence de la masse induite est liée à celle de la vitesse relative $\vec{W}$.

Pour que l'effet fusée se développe, il est donc nécessaire que la vitesse radiale et la vitesse de translation ne soient pas nulles :

— nécessité d'un mouvement de translation : la bulle doit être animée d'une vitesse relative par rapport au liquide. La constance de la quantité de mouvement en grandeur et en sens montre également que la direction de cette vitesse fixe le sens de l'accélération consécutive à l'effet fusée;

— nécessité d'une variation de la masse induite M'.

La valeur de la masse induite peut se mettre sous la forme :

$$M' = k\rho D^3$$

k : constante;

ρ : masse volumique du fluide ambiant;

D : diamètre de la bulle.

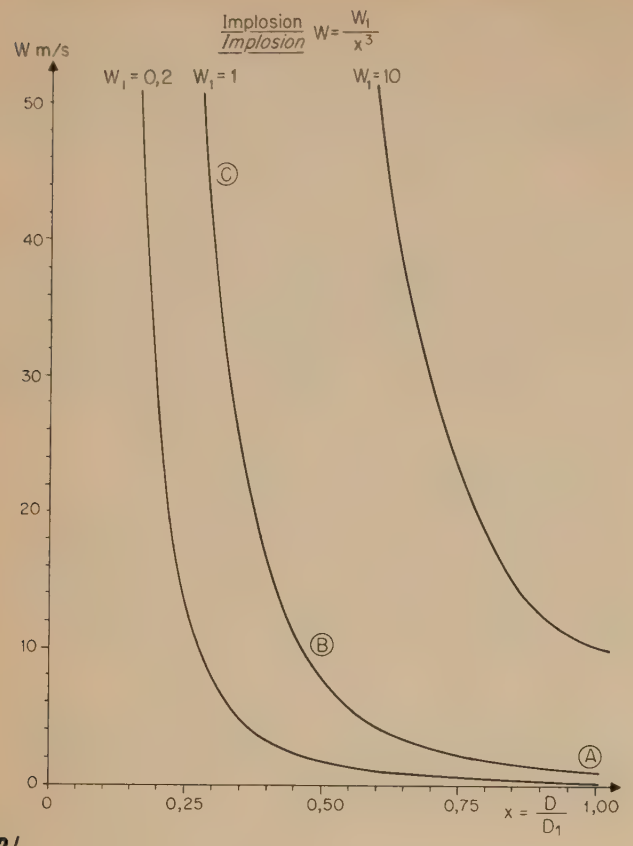
Elle dépend de deux facteurs. Nous citerons pour mémoire la variation possible de la masse volumique. En général, c'est le rayon de la bulle qui n'est pas constant. L'étude de la vitesse radiale $\dot{R}$ présente ici de l'intérêt.

Le diamètre d'une bulle est fonction du champ de pression et du champ de température dans lesquels elle évolue.

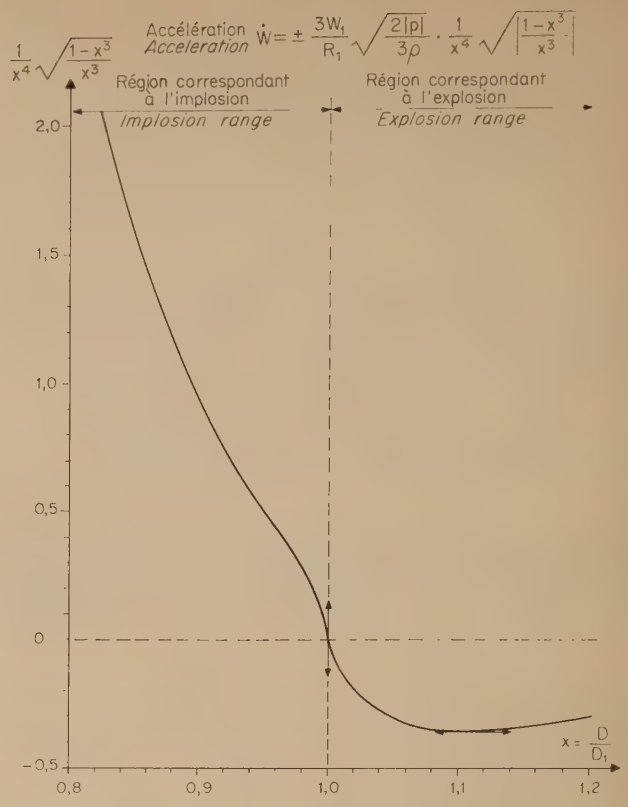
a) *Champ de pression.*

On peut étudier le comportement d'une bulle dans des champs de pression particuliers tels que le champ de pression non uniforme stratifié plan ou le champ de pression dans un canal de section variable. La bulle est sensible au gradient de pression. Son comportement sera prévisible dans tout milieu bien défini.

D'autre part, si la pression en un point varie dans le temps, même à des fréquences élevées, la vitesse de la bulle sera sensible à ces variations. Une modulation de p_∞ permettra de moduler le volume des bulles et, par l'intermédiaire de l'effet fusée, de moduler leur vitesse.



2/



3/

b) *Champ de température.*

Dans le phénomène de l'ébullition, notamment, les bulles de vapeur voient leur volume varier suivant la température des couches liquides qu'elles traversent. Par vaporisations et condensations successives, la pression de vapeur saturante s'équilibre avec la pression ambiante. Cette étude a fait l'objet de nombreux travaux théoriques et expérimentaux, [8], [9], [10], [11].

En général, les deux gradients de température et de pression coexistent et s'influencent réciproquement. On peut difficilement séparer leurs effets particuliers. Dans un écoulement, des dépressions apparaissent souvent et, si la température est convenable, la cavitation se produit. La vaporisation dépend de l'ensemble pression température. Le problème devient plus complexe si l'on tient compte des quantités de chaleur échangées et des effets secondaires.

En dehors de toute autre force extérieure, pour que l'effet fusée existe, deux conditions sont donc nécessaires. Il faut qu'il y ait une vitesse initiale et que la masse du pébullon varie.

Etude du mouvement du pébullon

1. Etude cinématique.

A - Vitesse de translation $\vec{W}$:

Il y a conservation de la quantité de mouvement (14). Si M'_1 et $\vec{W}_1$ représentent les conditions initiales de masse et de vitesse, nous pouvons écrire :

$$\overrightarrow{M'W} = \overrightarrow{M'_1W_1} \qquad \text{et :} \qquad \vec{W} = \vec{W}_1 \frac{M'_1}{M'}$$

soit :

$$\boxed{\vec{W} = \vec{W}_1/x^3}$$

avec :

$$x = (R/R_1) \qquad (16)$$

L'expression de la vitesse de la bulle est indépendante de la vitesse d'implosion $\dot{R}$. Elle est fonction uniquement des conditions initiales et des dimensions de la bulle à l'instant considéré. Il ne peut y avoir augmentation de vitesse, donc effet fusée, que si la vitesse initiale est différente de zéro.

La courbe de la figure 2 a été tracée en donnant successivement à W_1 les valeurs 0,2 puis 1 et 10 m/s.

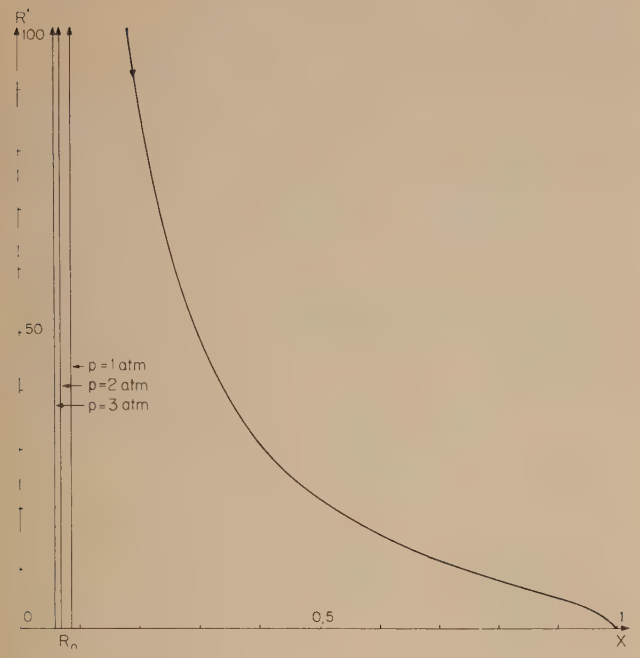
Afin d'interpréter cette courbe, nous considérerons trois régions. La partie située à droite de la courbe représente le début de l'implosion (zone A); celle de gauche caractérise la fin de l'implosion (zone C); enfin, la région intermédiaire correspond à des vitesses particulières que nous analyserons (zone B).

a) *Début d'implosion (zone A) :*

Pour des valeurs de x voisines de l'unité, nous noterons l'allure particulière de la courbe. La tangente est donnée par la dérivée :

$$dW/dx = -3\,W_1 x^{-4}$$

Pour $x = 1$, elle a pour valeur $-3\,W_1$. La variation de vitesse est sensiblement constante autour de



4/

ce point et elle est proportionnelle à la vitesse initiale.

Sur la courbe de la figure 3, nous voyons que pour $x = 1$, la tangente étant verticale, l'accélération croît très rapidement pour de faibles variations du rayon de la bulle. L'effet fusée présente une action instantanée qui se traduit par une instabilité des bulles.

b) *Zone intermédiaire (zone B) :* ($x \simeq 0{,}45$ sur la courbe correspondant à $W_1 = 1$ m/s, figure 2).

Les vitesses atteintes par la bulle sont voisines de la vitesse du son dans une émulsion. Ceci peut entraîner des phénomènes secondaires importants.

c) *Fin d'implosion (zone C) :*

Pour des implosions correspondant à $x = 0{,}1$, par exemple, la vitesse peut atteindre théoriquement 200 m/s. Nous n'avons pas tenu compte des frottements qui réduisent cette vitesse.

B - Vitesse radiale $\dot{R}$:

Considérons l'énergie totale du système constitué par la bulle et par le liquide environnant. A un instant donné, elle est égale à l'énergie cinétique de translation et d'implosion à laquelle s'ajoute l'énergie potentielle de pression.

En négligeant le travail des forces de volume, le théorème de l'énergie permet d'écrire :

$$\frac{d}{dt}\left[\frac{1}{2}\,M'\,W^2 + \frac{1}{2}\,6\,M'\,\dot{R}^2\right] = \int_{\Sigma\text{bulle}} \overrightarrow{p'ds}.\vec{V} + \lim_{r\to\infty} \int_{\Sigma_\infty} \overrightarrow{p_\infty\,ds}.\vec{V}_\infty$$

Le développement de cette expression générale prend une forme complexe difficile à exploiter. Nous nous contenterons d'étudier le cas particulier où le terme : $p = p_\infty - p_0$ conserve une valeur constante :

p_∞ : pression à l'infini;

p_0 : pression à l'intérieur de la bulle.

Ceci est vrai notamment lorsque les pressions à l'infini et à l'intérieur de la bulle sont fixes.

L'intégrale ci-dessus devient alors :

$$\frac{d}{dt}\left[\frac{1}{2}\,M'\,W^2 + \frac{1}{2}\,6\,M'\,\dot{R}^2\right] = (p_\infty - p_0)\int dv$$

R_1 étant le rayon initial et $(1/2)\,M'_1\,W_1^2$ l'énergie cinétique totale initiale, nous aurons, en écrivant qu'il y a conservation de l'énergie entre les instants t_1 et t :

$$\frac{1}{2}\,M'\,W^2 + \frac{1}{2}\,6\,M'\,\dot{R}^2 + \frac{4}{3}\,\pi\,R^3\,(p_\infty - p_0) = \frac{1}{2}\,M'_1\,W_1^2 + \frac{4}{3}\,\pi\,R_1^3\,(p_{\infty 1} - p_{01})$$

soit successivement :

$$W^2 + 6\,\dot{R}^2 = -\frac{4\,p}{\rho}\,\frac{\Delta M'}{M'} + W_1^2\,\frac{M'_1}{M'}$$

($\Delta M'$: variation de masse induite).

Nous tirons la valeur de la vitesse radiale :

$$\dot{R} = \sqrt{\left(\frac{1}{x^3} - 1\right)\frac{2}{3\,\rho}\left(p - \frac{1}{2}\,\rho\,\frac{W_1^2}{2\,x^3}\right)} \qquad (17)$$

La vitesse radiale correspondant à l'implosion sans mouvement de translation s'écrit :

$$\dot{R} = \sqrt{\left(\frac{1}{x^3} - 1\right)\frac{2\,p}{3\,\rho}} \qquad (18)$$

La relation (17) montre que, par rapport à ce dernier mouvement, la pression p se trouve diminuée de la valeur $0{,}5\,\rho W_1^2/2\,x^3$. Comme le facteur correspondant peut s'annuler, il entraîne théoriquement l'annulation de $\dot{R}$. Ce résultat correspond aux travaux de Jansen [4] et de Canavelis [5]. Ce dernier a calculé la pression au sein du liquide en fonction de la distance au centre de la bulle en l'absence des forces de capillarité. Il trouve qu'elle s'annule pour une valeur finie du rayon R_0 de la bulle. Ceci entraîne bien une valeur nulle de $\dot{R}$.

Toutefois il est nécessaire d'ajouter à la valeur de p, la pression due aux forces de tension superficielle. Comme celles-ci augmentent considérablement lorsque le rayon diminue, la valeur limite R_0 se trouve réduite et la bulle poursuit son implosion.

La figure 4 représente les variations de $\dot{R}$ en fonction de x pour les valeurs numériques suivantes :

$$\rho = 10^3\ \text{kg/m}^3 \qquad p = 1, 2, 3\ \text{atm}$$

Nous avons montré que l'erreur commise sur $\dot{R}^2$ en négligeant le terme $0{,}5\,\rho W_1^2/2\,x^3$ est inférieure à 5 % lorsque x est supérieur à 0,125 dans le cas suivant :

$$W_1 = 0{,}2\ \text{m/s} \qquad p = 10^5\ \text{Pa} \qquad \rho = 10^3\ \text{kg/m}^3$$

Pratiquement, nous pourrons donc le négliger bien souvent et prendre la vitesse radiale donnée par la relation (18).

C - Accélération $\dot{W}$:

La dérivation de la relation (16) par rapport au temps donne :

$$\dot{W} = \frac{dW}{dt} = \frac{dW}{dx} \cdot \frac{dx}{dt} = -\frac{3\,W_1}{x^4} \cdot \frac{\dot{R}}{R_1}$$

soit, compte tenu de la relation (18) :

$$\dot{W} = \pm \frac{3\,W_1}{R_1} \sqrt{\frac{2\,p}{3\,\rho}\left(\frac{1}{x^3} - 1\right)} \frac{1}{x^4}$$

Application numérique :

$W_1 = 0{,}1$ m/s
$R_1 = 10^{-3}$ m
$p = 10^5$ Pa
$\rho = 10^3$ kg/m^3

$$\dot{W} \simeq \pm 2\,400\,\frac{1}{x^4}\sqrt{\frac{1}{x^3} - 1}$$

La figure (3) représente les variations de la fonction :

$$\frac{1}{x^4}\sqrt{\frac{1}{x^3} - 1}$$

qui caractérise l'évolution de l'accélération $\dot{W}$. Bien que celle-ci soit nulle pour $x = 1$, elle croît très rapidement à partir de cette valeur à cause de la tangente verticale. Une faible variation dx lui donne une valeur non négligeable, ce qui accentue l'effet fusée.

Remarque :

Nous avons montré que la puissance absorbée par la bulle dans son mouvement de translation s'écrivait :

$$P_{tr} = \frac{1}{2}\,M'W\,\frac{dW}{dt}$$

Comme pour le pébullon la quantité de mouvement reste constante ($M'W = Cte$), on en déduit que cette puissance est proportionnelle à l'accélération. Elle est d'autant plus élevée que la quantité de mouvement initiale est grande. Lorsque l'accélération est négative, la puissance est absorbée par le pébullon.

Cette étude cinématique générale a été faite uniquement en fonction de $x = D/D_1$ dans un champ de pression uniforme. Il serait intéressant d'étendre ces résultats au cas d'un champ de pression quelconque. Tout d'abord nous considérerons un champ de pression non uniforme stratifié plan.

2. Cas d'un champ de pression non uniforme stratifié plan (grad. $p \neq 0$).

Nous supposons que le liquide est immobile à l'infini.

Des résultats précédents nous retiendrons la force consécutive à l'effet fusée. La présence d'un gradient de pression non nul a plusieurs conséquences.

Soit une bulle immobile. La résultante des forces de pression s'exerçant sur toute sa surface est appelée en hydrostatique la poussée d'Archimède. Nous conserverons cette appellation quel que soit le champ de pression. Cette poussée d'Archimède est dirigée dans le sens des gradients de pression négatifs. Comme elle dérive d'un potentiel, elle intervient avec le terme Ω de l'équation de Bernoulli généralisée.

Dans le champ de la pesanteur, le gradient de pression constant relevé au sein de l'eau est de l'ordre de 10^4 pascals par mètre. Nous rencontrons des gradients de pression supérieurs à 2.10^6 pascals par mètre.

Dans un champ de pression non uniforme stratifié plan, la poussée d'Archimède est dirigée vers les centres de basse pression. Elle est normale à l'isobare passant par le centre de gravité de la bulle.

Pour une bulle sphérique en mouvement dans un tel milieu, la résultante des forces de pression qui s'exercent sur sa surface est constituée par la somme de la poussée d'Archimède définie ci-dessus et des forces de pression déjà rencontrées dans l'étude du champ de pression uniforme.

Ceci revient à considérer le déplacement d'une bulle dans un champ de pression stratifié plan comme celui d'une bulle dans un champ de pression uniforme à condition d'ajouter une poussée d'Archimède.

A un instant donné, la valeur du champ de pression uniforme moyen est p_∞. Nous supposerons que cette pression est égale à celle de l'isobare passant par le centre de gravité de la bulle, celle-ci étant immobile.

Les variations de p_∞ avec le temps confèrent à la bulle des propriétés particulières que nous allons étudier.

A - Equation du mouvement de la bulle :

Nous établirons l'équation du mouvement compte tenu des hypothèses suivantes :

— la bulle se déplace dans la direction du gradient de pression positif;
— le fluide est immobile à l'infini;
— l'effet fusée est donné par la même expression que lorsque grad $p = 0$;
— la bulle est soumise à une poussée d'Archimède. Les autres forces de volume sont négligeables;
— la pression à l'infini de la bulle est constante et égale à celle de l'isobare passant par son centre de gravité.

Les forces agissant sur la bulle sont uniquement des forces de surface $\int_s p\,ds$. Si ρa est le gradient de pression, la poussée d'Archimède est égale à : $(4/3)\,\pi\rho R^3 a$.

L'équation du mouvement de la bulle s'écrit :

$$m\,\frac{dW}{dt} = -\left(M'\,\frac{dW}{dt} + W\,\frac{dM'}{dt}\right) - \frac{4}{3}\,\pi\rho R^3 a \quad (19)$$

soit :

$$(m + M')\,\frac{dW}{dt} = -W\,\frac{dM'}{dt} - \frac{4}{3}\,\pi\rho R^3 a \quad (20)$$

Nous retrouvons l'équation du mouvement de la

pébulle de masse $m + M'$. En négligeant la masse m de la bulle nous obtenons alors :

$$M' \frac{dW}{dt} = -W \frac{dM'}{dt} - \frac{4}{3} \pi \rho R^3 a \qquad (21)$$

D'après la relation (6) nous pouvons écrire :

$$\boxed{\frac{dW}{dt} = -3 \frac{W}{D} \frac{dD}{dt} - 2a} \qquad (22)$$

L'accélération de la bulle dans son mouvement de translation dépend notamment du terme dD/dt. Il faut donc connaître la vitesse radiale $\dot{R}$.

B - Remarques :

Quand le champ de pression est uniforme, la vitesse du mouvement radial, soit $\dot{R}$, est donnée par la relation (17) :

$$\dot{R}^2 = \frac{2p}{3\rho}\left(\frac{1}{x^3} - 1\right) + \frac{W_1^2}{6} \frac{x^{3-1}}{x^6} \qquad (23)$$

Dans les conditions expérimentales suivantes :

$W_1 = 0{,}2$ m/s $\quad p = 10^5$ Pa $\quad \rho = 10^3$ kg/m^3

le deuxième terme du second membre est négligeable pour $x > 0{,}125$.

Donc :

$$\dot{R}^2 \simeq \frac{2p}{3\rho}\left(\frac{1}{x^3} - 1\right) \qquad (24)$$

Considérons une bulle animée d'une vitesse $\vec{W}$ positive; la bulle se déplace vers les zones de haute pression (fig. 5).

En prenant comme origine des pressions le point où $z = 0$, la valeur de la pression au point de cote z sera :

$$p_\infty = \rho a z$$

p_0 étant la pression à l'intérieur de la bulle, nous aurons :

$$p = \rho a z - p_0$$

L'équation (23) dérive de l'équation d'énergie valable pour $\text{grad}\,\rho = 0$ et $p = \text{Cte}$. Lorsque $\text{grad}\,p \neq 0$, elle doit tenir compte d'un nouveau travail mis en jeu, celui des forces d'Archimède. L'existence d'un gradient de pression rend difficile le calcul du travail des forces de pression à l'infini. C'est pourquoi nous avons défini en hypothèse une pression uniforme à l'infini. En général, la formule (24) donnant $\dot{R}^2$ n'est pas applicable. Elle permet toutefois de définir une valeur approchée.

Si z est l'abscisse du centre de gravité de la bulle, on a :

$$\dot{R} = \sqrt{\frac{2p}{3\rho}\left(\frac{1}{x^3} - 1\right)} \text{ avec } p = \rho a z - p_0$$

La vitesse radiale est fonction de p. Nous considérerons deux cas particuliers que nous caractériserons par la valeur du rapport :

$$y = \rho a z / p_0$$

$y > 100$: la pression intérieure est négligeable devant la pression à l'infini et la vitesse radiale devient importante (grad.p grand);

$y \simeq 1$: la vitesse radiale est réduite (grad.p faible).

Vitesse radiale importante ($y > 100$) : Lorsque $\dot{R}$ sera très grand il en résultera un effet fusée important. Nous supposerons que l'on a alors :

$$\left| -\frac{3W}{D} \frac{dD}{dt} \right| \gg |2a|$$

Vitesse radiale faible ($y \simeq 1$) : Nous allons considérer le cas où la pression à l'intérieur de la bulle est voisine de la pression à l'infini p_∞ sur l'isobare passant par son centre de gravité. Nous supposons que :

$$p_\infty - p_0 = \text{Cte}$$

Comme la constante est petite, on aura :

$$p_\infty \simeq p_0$$

Mais p_∞ est une fonction de z; p_0 variera de la même façon. Si la température reste constante, ces conditions peuvent être réalisées avec une bulle de gaz suivant la loi de Mariotte. Dans ces calculs généraux nous écrirons : $p_0 = p$.
$pD^3 = \text{Cte}$ donne :

$$\boxed{-\frac{3}{D} \frac{dD}{dt} = \frac{1}{p} \frac{dp}{dt}} \qquad (25)$$

Traitons le cas général, où :

$$p = p_0 \simeq p_\infty = \rho a z$$

Compte tenu de $dz/dt = W$ (liquide immobile), et en posant :

$$a = \frac{1}{\rho} \text{grad}.p_\infty = cz^n \qquad (26)$$

on obtient :

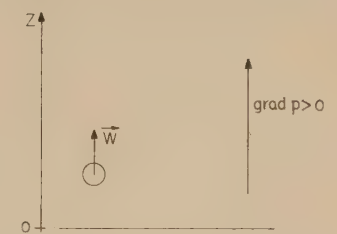
$$\frac{dD}{dt} = -\frac{WD}{3z}(1 + n) \qquad (27)$$

C - Cas particuliers de champs de pression (grad.$p_\infty = \rho a = \rho c z^n$).

grad.$p_\infty = 0$: champ de pression uniforme. La bulle conserve le même diamètre et il n'y a pas de propagation par effet fusée.

grad.$p_\infty = \text{Cte}$: champ de pression hydrostatique par exemple.

$$\frac{dD}{dt} = -\frac{WD}{3z}$$



5/

grad. $p_\infty = \rho c z$ (avec $n = 1$) : champ de pression stratifié de type centrifuge.

$$\frac{dD}{dt} = -\frac{2\,WD}{3\,z} \qquad (28)$$

grad. $p_\infty = \rho c\,(1/z^3)$, (avec $n = -3$) : cas particulier correspondant à un écoulement dans un canal divergent ayant la forme d'un prisme dont la base est un secteur de cercle.

$$\frac{dD}{dt} = \frac{2\,WD}{3\,z}$$

Expression de la vitesse en fonction du signe de l'accélération.

Nous pouvons interpréter l'accélération $\vec{\Gamma}$ du pébullon comme la somme de l'accélération due à l'effet fusée $\vec{\Gamma}_f$ et de l'accélération $\vec{\Gamma}_a$.

$$\frac{\overrightarrow{dW}}{dt} = -\frac{3\,\vec{W}}{D}\frac{dD}{dt} - 2\vec{a} \qquad \text{soit} \quad \vec{\Gamma} = +\vec{\Gamma}_f + \vec{\Gamma}_a \qquad (29)$$

avec :

$$\vec{\Gamma}_f = -\frac{3\,\vec{W}}{D}\frac{dD}{dt} \qquad \text{et} \quad \vec{\Gamma}_a = -2\vec{a}$$

Les relations (26) et (27) nous permettent d'écrire :

$$\Gamma_f = \frac{W^2}{z}(n+1) \qquad \text{et} \quad \Gamma_a = -2\,cz^n$$

soit :

$$\frac{dW}{dt} = \frac{W^2}{z}(n+1) - 2\,cz^n$$

Nous allons considérer les différentes possibilités correspondant au signe de l'accélération à laquelle est soumise une bulle.

a) *Accélération nulle.* — L'accélération de l'effet fusée et celle d'Archimède sont égales et opposées.

L'équation précédente donne :

$$W = \sqrt{\frac{2\,cz^{n+1}}{n+1}} = W_0$$

Dans le champ de pression hydrostatique, nous avons :

$$cz^n = g \qquad \text{soit} \quad c = g \qquad \text{et} \quad n = 0$$

donc :

$$W = \sqrt{2\,gz} \qquad \text{soit} \quad \frac{1}{2}\,M'\,W^2 = M'\,gz$$

A un instant donné, un pébullon remontant dans le champ de la pesanteur voit son accélération s'annuler lorsque son énergie potentielle est égale à son énergie cinétique de translation.

Dans le champ de pression de type centrifuge nous avons :

$$cz^n = \omega^2 z$$

soit :

$$c = \omega^2 \qquad \text{et} \qquad n = 1$$

donc :

$$\boxed{W = \omega z} \qquad (30)$$

b) Accélération positive.

$\vec{W} > 0$: nous avons alors $|\Gamma_f| > |\Gamma_a|$. La bulle voit son mouvement accélérer au cours de son implosion.

$$W > W_0$$

$\vec{W} < 0$: la vitesse tend vers zéro.

c) *Accélération négative.* $|\Gamma_f| < |\Gamma_a|$.

$\vec{W} < 0$: la bulle qui remonte vers l'origine voit son mouvement se poursuivre. L'effet rétrofusée s'oppose à la poussée d'Archimède.

$$W < W_0$$

$\vec{W} > 0$: la vitesse tend vers zéro.

Nous venons de considérer le problème du déplacement d'une bulle dans un champ de pression à gradient non nul. Nous avons rencontré deux cas particuliers :

— d'une part l'implosion ou l'explosion brusques accompagnées d'un *effet fusée rapide* (fort gradient de pression) ;

— d'autre part l'*effet fusée lent* si le gradient de pression n'est pas trop élevé de façon que p_0 et p_∞ soient sensiblement égaux.

3. Application à la pompe centrifuge.

Dans cette application de l'effet fusée, nous retrouverons les deux cas extrêmes déjà rencontrés : d'une part l'effet fusée lié à la condensation de la vapeur, d'autre part l'effet fusée lent auquel sont soumises les bulles dont la pression intérieure est voisine de la pression à l'infini. Nous allons étudier en détail l'écoulement d'une bulle et plus généralement d'une émulsion dans une pompe centrifuge.

A - Cas d'une bulle de gaz :

p_0 étant la pression statique à l'entrée pour $r = r_0$, la pression en un point de la pompe situé à la distance r du centre sera :

$$p = p_0 + \frac{\rho\omega^2}{2}(r^2 - r_0^2) \qquad (31)$$

C'est la pression maximale pouvant être atteinte à débit nul.

Nous avons besoin de connaître la pression statique à l'intérieur de la pompe, pour un débit donné. Elle est difficilement accessible par le calcul direct. La caractéristique expérimentale donnant la hauteur manométrique en fonction du débit n'apporte guère d'aide appréciable pour cette détermination. En effet, cette pression relevée à la sortie de la pompe fait intervenir la récupération, dans la volute, d'une grosse partie de l'énergie cinétique du fluide.

Deux méthodes sont possibles pour définir cette carte du champ. La première consiste à mesurer directement la pression en chaque point de la roue, la seconde, à la déduire de relevés expérimentaux de vitesse du fluide. C'est celle-ci que nous utiliserons.

Notre but étant de vérifier la théorie de l'effet

fusée dans un champ de pression centrifuge, nous choisirons dans la pompe la région où cette condition est remplie.

L'application du théorème de Bernoulli le long d'une ligne de courant relative donne :

$$p - p_0 = \frac{1}{2}\,\rho\,[V_0^2 - V^2] + \frac{1}{2}\,\rho\omega^2\,[r^2 - r_0^2] \quad (32)$$

Comme $V = V_0 r_0 / r$, nous pouvons écrire :

$$p - p_0 = \frac{1}{2}\,\rho V_0^2 \left[1 - \frac{r_0^2}{r^2}\right] + \frac{1}{2}\,\rho\omega^2\,[r^2 - r_0^2]$$

Cette équation suppose que l'énergie cinétique se transforme normalement en énergie de pression. Pratiquement, ce n'est pas toujours vérifié. De nombreuses anomalies de fonctionnement perturbent l'écoulement. Nous citerons les différents tourbillons qui prennent naissance sous l'effet des forces d'inertie ou des forces de pression et surtout les phénomènes de cavitation.

Afin de simplifier cette étude, nous admettrons souvent que le débit de la pompe est faible, voire nul. De plus, à l'intérieur d'une pompe centrifuge, une bulle évolue dans un champ de pression non uniforme, stratifié, cylindrique. Une étude plus approfondie permet d'énoncer quelques hypothèses afin d'être en mesure de poursuivre les calculs. Assez loin du centre nous supposerons que les conséquences dues à la courbure des isobares et à la divergence du canal sont négligeables.

Nous pourrons donc, à un instant donné, remplacer le champ de pression centrifuge à débit nul par un champ de pression uniforme, à condition d'ajouter une poussée d'Archimède.

Il est intéressant d'étudier en détail les variations des deux forces importantes en présence. Nous nous bornerons à rappeler les conclusions que l'on peut établir facilement.

Poussée d'Archimède.

Quand le gaz formant la bulle suit la loi de Mariotte, si p_0 et R_0 sont les conditions initiales au centre de la pompe, la valeur du rayon de la bulle en un point est donnée par la relation :

$$R^3 = R_0^3\, p_0/p = R_0^3\, \beta$$

en posant :

$$\beta = \frac{p_0}{p} = \frac{1}{1 + (\rho\omega^2 r^2/2\, p_0)}$$

La poussée d'Archimède s'écrit :

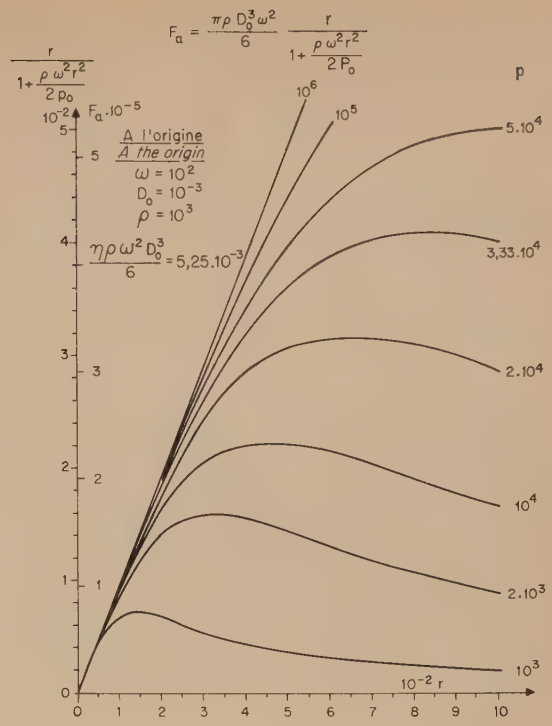
$$F_a = \frac{\pi\rho\omega^2\, D_0^3}{6}\, r\beta \quad (33)$$

Pour un diamètre donné de bulles, la poussée d'Archimède croît avec la pression p_0 à l'entrée.

Les courbes de la figure 6 mettent en évidence un maximum de poussée. Il se produit pour une valeur r du rayon fonction de la pression à l'entrée.

Comme la force d'Archimède dépend en un point donné de deux variables, l'accélération centrifuge et le volume de la bulle, le maximum détermine deux régions où ces facteurs ont successivement une influence prépondérante.

Lorsque la pression d'entrée est égale ou supérieure à la pression atmosphérique, la poussée



6/

d'Archimède est environ proportionnelle au rayon dans la région considérée :

si $p_0 > 1$ atm, on a :

$$F_a \simeq \frac{\pi\rho\omega^2\, D_0^3}{6}\, r$$

Effet fusée.

La force développée par l'effet fusée se tire de la relation (6) :

$$F_f = M'W\,\frac{3}{D}\,\frac{dD}{dt} = \frac{\pi\rho W}{4}\, D^2\,\frac{dD}{dt} \quad (34)$$

$$F_f = -\,\frac{\pi\rho^2\omega^2\, D_0^3}{12\, p_0}\, r\beta^2 W\,\frac{dr}{dt}$$

dr/dt représente la vitesse relative de la bulle par rapport à la roue. V étant la vitesse relative du fluide, on a :

$$V' = \frac{dr}{dt} = W + V = W + \frac{d}{r}$$

en posant :

$$d = \frac{q_v}{2\,\pi e}$$

q_v : débit de la pompe;
e : épaisseur de la roue.

Comme cette force est opposée à la poussée d'Archimède, il est intéressant d'étudier leur rapport. Il prend la forme :

$$K = -\,\frac{F_f}{F_a} = \frac{1}{(2\, p_0/\rho) + \omega^2 r^2}\, W\,\frac{dr}{dt}$$

L'effet fusée sera prépondérant lorsque K sera supérieur à 1, ce qui donne :

$$W\,\frac{dr}{dt} > \frac{2\, p_0}{\rho} + \omega^2 r^2 \quad (35)$$

Au centre de la pompe, la vitesse élevée du liquide rend la pression p_0 négligeable. De plus, à une certaine distance du centre, si la vitesse relative V du liquide est faible devant celle de la bulle, on a :

$$\frac{dr}{dt} \simeq W$$

Ceci est également vrai à débit nul.

Avec ces hypothèses la relation (35) devient :

$$W^2 > \omega^2 r^2$$

et :

$$\boxed{W > \omega r}$$

Pour qu'une bulle soumise à l'effet fusée reçoive une poussée supérieure à celle d'Archimède, il faut que sa vitesse relative soit supérieure à la vitesse circonférentielle du point où elle se trouve. Nous noterons également qu'un accroissement de p_0 se traduit par une augmentation de la poussée d'Archimède et par une diminution de l'effet fusée. On favorisera donc la sortie des bulles en réduisant la pression à l'entrée de la pompe centrifuge.

Etude du terme dD/dt.

$$\frac{dD}{dt} = -\frac{2D}{3}\frac{r}{(2p_0/\rho\omega^2) + r^2}\frac{dr}{dt}$$

Si $2p_0/\rho\omega^2$ est beaucoup plus petit que r^2, soit lorsque $p_0 \ll (\rho\omega^2 r^2/2)$, cette expression devient :

$$\frac{dD}{dt} = -\frac{2D}{3}\frac{1}{r}\frac{dr}{dt} = -\frac{2D}{3}\frac{1}{r}V'$$

$$= -\frac{2D}{3}\frac{1}{r}\left(W + \frac{d}{r}\right) \qquad (36)$$

L'hypothèse que nous venons de faire est souvent vérifiée car la pression p_0 à l'entrée de la pompe ne prend pas des valeurs importantes. Nous négligerons les frottements ainsi que l'effet de divergence du canal soit $-d/r$.

Sachant que $a = \omega^2 r$ et étant donnée la relation (36), l'équation du mouvement (29) devient :

$$\frac{dW}{dt} - W^2\frac{2}{r} 2\omega^2 r = 0 \qquad (29')$$

dont la solution s'écrit :

$$\boxed{W = \sqrt{2}\,\omega r} \qquad (37)$$

Le problème pourrait être considéré comme résolu. Toutefois, pratiquement, toutes les bulles ne suivent pas cette loi de mouvement. Les unes contiennent de la vapeur et un effet fusée plus important les accélère. Les autres ralentissent sous l'influence d'un tourbillon ou d'une dépression. Il est donc intéressant de considérer d'une façon plus générale le comportement d'une bulle animée d'une vitesse quelconque par rapport à la roue.

Posant :

$$r = Rx \qquad W = \omega R y \qquad \text{et} \qquad \alpha = \frac{d}{\omega R^2}$$

(R étant le rayon de la pompe), nous obtenons l'équation du mouvement en coordonnées réduites :

$$\frac{dy}{dx}(xy + \alpha) - 2y^2 - y\frac{2\alpha}{x} + 2x^2 = 0$$

Afin de pouvoir déterminer graphiquement les solutions, nous avons tracé les isoclines correspondant à des valeurs de dy/dx constantes.

Posons $dy/dx = c$. L'équation précédente devient, en l'ordonnant en y :

$$y^2 - y\left(\frac{cx}{2} - \frac{\alpha}{x}\right) - \left(x^2 + \frac{cx}{2}\right) = 0 \qquad (38)$$

Nous retenons la racine positive :

$$y = \frac{cx}{4} - \frac{\alpha}{2x} + \sqrt{\left(\frac{cx}{4} + \frac{\alpha}{2x}\right)^2 + x^2}$$

Dès que c prend des valeurs importantes ($c > 1$), comme nous ne considérerons que les valeurs de x supérieures à 0,3, le terme $\alpha/2x$ devient négligeable. Par suite, nous pouvons écrire :

$$y = \left[\frac{c}{4} + \sqrt{\frac{c^2}{16} + 1}\right] x$$

Les isoclines sont donc des droites passant par l'origine. Nous les avons tracées pour différentes valeurs de c sur la figure 7. Nous constatons qu'il existe deux types de courbes. Pour de grandes valeurs de l'accélération, la vitesse tend vers l'infini tandis que pour de faibles valeurs elle passe par un maximum.

Pour $x > 0{,}3$, la courbe limite qui les sépare est sensiblement une droite passant par l'origine. Son coefficient angulaire est C_c. En ces points la vitesse est donc proportionnelle au rayon.

Posons $W = k\omega r$ soit $y = kx$.

On a :

$$k\omega = C_c = \frac{dW}{dr} \qquad \text{soit} \qquad \frac{dy}{dx} = k = c$$

Portons ces valeurs dans l'équation (39); on obtient :

$$C_c = \frac{C_c}{4} + \sqrt{\frac{C_c^2}{16} + 1} \qquad \text{et} \qquad C_c = k = \sqrt{2} \qquad (39)$$

Sur la figure 8 nous avons représenté également la famille de courbes correspondant à une vitesse W négative. On peut en définir les isoclines en prenant la racine négative de l'équation (38). Bien que les deux tracés aient la même allure, ils ne sont pas symétriques.

La droite $W = \sqrt{2}\,\omega r$, ligne de partage entre deux familles de courbes, représente la solution de l'équation considérée. D'autre part, la droite $W = \omega r$ qui joint les maximums caractérise une accélération nulle. Chacun de ses points indique la vitesse nécessaire pour que les forces dues à l'effet fusée et à la poussée d'Archimède s'équilibrent. Les points de fonctionnement situés au-dessus correspondent à un accroissement de vitesse (prépondérance de l'effet fusée) et les autres à une réduction de vitesse (prépondérance de la poussée d'Archimède).

Nous avons admis que le champ de pression était égal à un champ de pression centrifuge à débit nul. Pratiquement, nous aurons une solution approchée en pondérant ce champ de pression par le coeffi-

cient a qui le ramènera à la valeur du champ de pression réel.

Nous admettrons que a est constant et que la vitesse est de la forme :

$$\boxed{W = a\sqrt{2}\,\omega r} \qquad a \text{ est voisin de } 1 \qquad (40)$$

Conclusions :

a) A l'intérieur d'une pompe centrifuge, une bulle peut être soumise à une accélération qui lui permettra de s'écouler vers la sortie.

La vitesse relative W est proportionnelle à la vitesse de rotation.

Elle est proportionnelle à l'espace parcouru.

Elle est indépendante du débit, du diamètre initial de la bulle et de la pression à l'entrée à condition que celle-ci ne soit pas trop grande.

b) *Valeur du terme* $\frac{1}{D}\frac{dD}{dt}$ *:*

En négligeant le terme d/r, la relation (37) peut s'écrire :

$$\frac{1}{D}\frac{dD}{dt} = -\frac{2}{3r}\frac{dr}{dt} \simeq -\frac{2W}{3r} \qquad \text{avec} \quad \vec{V'} \simeq \vec{W}$$

Compte tenu de la relation (40), on obtient :

$$\frac{1}{D}\frac{dD}{dt} = -\frac{2\sqrt{2}\,\omega}{3} = -0{,}95\,\omega \simeq -\omega \qquad (41)$$

Le terme $\frac{1}{D}\frac{dD}{dt}$ est proportionnel et sensiblement égal à la vitesse de rotation. Nous travaillerons à vitesse constante. Il conservera alors une valeur fixe.

Comme $W = \sqrt{2}\,\omega r$, le terme $2W^2/r$, caractérisant l'accélération du pébullon consécutive à l'effet fusée, s'écrit $4\,\omega^2 r$.

La force appliquée à la pébulle sera sensiblement égale et opposée à la poussée d'Archimède.

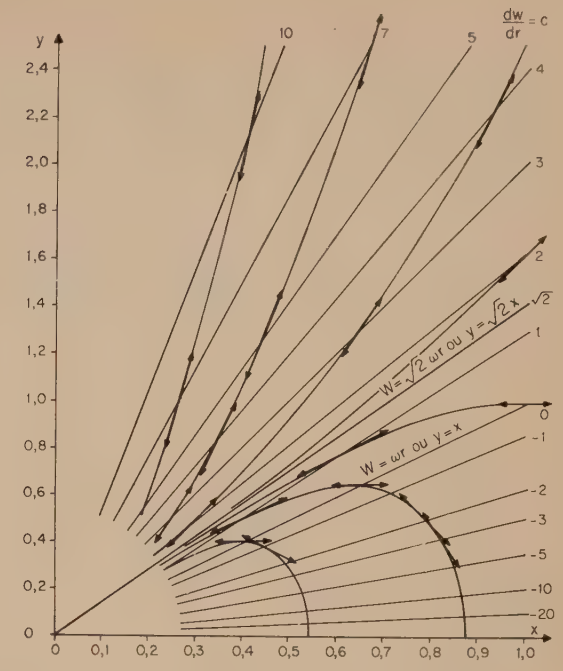
$$F = M'\Gamma = 2\,\omega^2 r M'$$

A l'intérieur d'une pompe centrifuge, une bulle d'air est donc *quasiment autonome.*

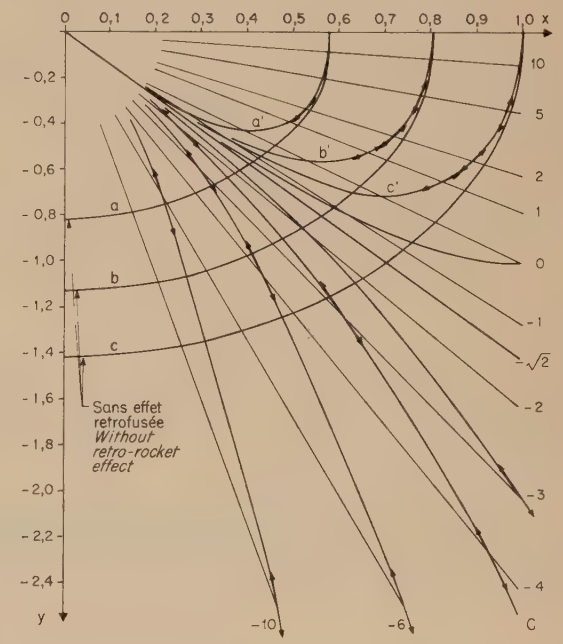
B — Cas d'une bulle de vapeur (cavitation) :

L'expérience montre que certaines bulles contenant de la vapeur se forment et se réduisent rapidement dans une pompe en fonctionnement : c'est le phénomène de cavitation. Les caractéristiques de l'effet fusée qui se développe tiennent à la fois des deux cas précédents. Le gradient de pression de la région traversée par la bulle est alors important et, d'autre part, la présence de vapeur permet, par condensation, d'atteindre des vitesses d'implosion considérables avec parfois disparition complète de la bulle.

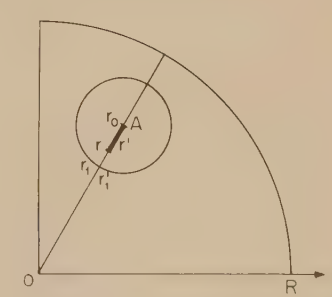
Quand une bulle suit la loi de Mariotte, son volume est une fonction de la pression. Dans le phénomène de cavitation, la condensation dépend encore de la pression mais la loi de variation est différente. Comme il est difficile de la connaître et afin de pouvoir utiliser les résultats précédents, nous supposerons qu'elle est également de type centrifuge. Le gradient de pression considérable entraînera un effet fusée important. Nous pourrons



7/



8/



9/

donc négliger la poussée d'Archimède devant ce dernier.

Soit un domaine de cavitation cylindrique dont le centre A est défini par le rayon vecteur r_0 par rapport au centre de la pompe de rayon R. r' représentera l'abscisse de la bulle par rapport à A. De plus nous supposerons que le mouvement est radial dans la pompe (fig. 9).

L'équation (29′) s'écrit :

$$\frac{dW}{dt} = \frac{dW}{dr'}\frac{dr'}{dt} = W^2\frac{2}{r'}$$

En supposant toujours $W \simeq V'$, nous obtenons :

$$\frac{dW}{dr'} = W\frac{2}{r'}$$

dont la solution est :

$$W = W_1\left(\frac{r'}{r'_1}\right)^2 = \frac{W_1}{(r_0 - r_1)^2}(r_0 - r)^2 = k_1(r_0 - r)^2$$

W_1 et r_1 sont les conditions initiales à l'entrée du domaine de cavitation.

La variation de la vitesse se fait suivant une loi parabolique.

L'application de l'étude de l'effet fusée aux pompes centrifuges permet d'énoncer les conclusions suivantes qui sont des lois d'écoulement d'une bulle.

Effet fusée lent :

Première loi : La vitesse radiale relative W de la bulle d'air par rapport au liquide est :

— proportionnelle à la vitesse de rotation;

— proportionnelle à l'espace parcouru;

— indépendante du diamètre de la bulle, du liquide et de la pression d'entrée dans la pompe.

$$\boxed{W = a\omega r} \qquad a \simeq \sqrt{2}$$

Deuxième loi : Le terme $\frac{1}{D}\frac{dD}{dt}$ est proportionnel (dans un rapport voisin de 1) à la vitesse de rotation.

Troisième loi : Les trajectoires relatives des bulles sont différentes des lignes de courant du liquide. Elles s'incurvent en arrière du sens de rotation de la roue.

Effet fusée rapide :

Quatrième loi : La vitesse relative des bulles est une fonction de l'espace parcouru :

$$\boxed{W = k(r_0 - r)^n} \qquad n \geqslant 2$$

Dans une pompe l'effet fusée facilite l'évacuation d'une bulle. Si celle-ci a une vitesse positive, l'effet fusée direct accroît sa vitesse de telle manière qu'elle sort de la pompe plus rapidement que le liquide. Au contraire, si elle remonte vers le centre, l'effet rétro-fusée la ralentit et elle est plus facilement entraînée par le fluide. La figure 8 montre la différence qui existe entre les vitesses calculées avec ou sans effet rétrofusée (a, b, c et a', b', c').

Conclusion

Ce travail nous a permis de présenter quelques points intéressants. Tout d'abord, nous voyons qu'une bulle jouit parfois d'une grande autonomie. Par variation de volume elle peut s'autopropulser. Une augmentation de volume l'accélère tandis qu'une diminution la freine. Il en résulte des variations considérables de densité d'énergie cinétique. Nous montrerons, dans un prochain article, comment ce flux d'énergie mécanique dirigé permet d'expliquer un processus de l'érosion mécanique de cavitation.

Une bulle doit être considérée, non comme une bille matérielle mais comme une cavité, comme une déformation du milieu qu'elle traverse. La propagation de cette déformation se fait à la manière de celle d'une onde d'énergie.

Enfin, la notion de pébulle ou de pébullon constitue un modèle pratique et fécond pour analyser des mouvements de bulles complexes.

Chaque fois qu'un problème fait intervenir une émulsion ou simplement quelques bulles, il sera fructueux de le considérer sous cet angle. C'est ce que nous ferons en présentant ultérieurement une étude expérimentale relative à l'effet fusée.

Bibliographie

[1] Jackson (R.). — The formation and coalescence of Drops and Bubbles in liquids. *The Chemical Engineer*, n° 178 (May 1964), C E 107-118; *Trans. Instn. Chem. Engrs*, 42 n° 4, G.-B. (1964).

[2] Benjamin (T.B.) and Ellis (A.T.). — Cavitation. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, A, vol. 260, (1966), pp. 221-240.

[3] Naude (C.F.) and Ellis (A.T.). — On the mechanism of cavitation damage by nonhemispherical cavities collapsing in contact with a solid boundary. *Trans. Am. Soc. Mech. Engrs, J. Basic Eng.*, 83, (1961), p. 648.

[4] Jansen (F.). — Mécanique des Fluides. Influence de la condensation sur le mouvement ascensionnel des bulles de vapeur. *C.R. Académie des Sciences*, t. 258 (22 juin 1964), groupe 2.

[5] Canavelis (R.). — Contribution à l'étude de l'érosion de cavitation dans les turbo-machines hydrauliques. Thèse. Université de Paris (1966).

[6] Lamb (H.). — Hydrodynamics. Sixth Edition. Cambridge, at the *University Press* (1963).

[7] Fortier (A.). — Mécanique des suspensions. Cours professé à la Faculté des Sciences de Paris.

[8] Marchal. — Etude du transfert de chaleur à travers les tubes cylindriques. Cours professé à l'Institut National des Sciences et Techniques Nucléaires à Saclay.

[9] Novak Zuber. — Nucleate boiling. The region of isolates bubbles and the similitary with natural convection. *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 6, pp. 53-78. Pergamon Press G.-B. (1963).

[10] Forster (H.K.) and Zuber (N.). — Dynamics of vapor bubbles and boiling heat transfer. *A.I.Ch.E. Journal* vol. 1, n° 4. (December 1955), pp, 531-535.

[11] Hamburger (L.G.). — On the growth rise of individual vapour bubbles in nucleate pool boiling. *Int. J. Heat Mass Transfer.*, vol. 8, pp. 1369-1386. Pergamon Press, G.-B.

DEUXIÈME PARTIE

Étude expérimentale de l'effet fusée

Applications

Mécanisme de l'érosion de cavitation

Dans la première partie, nous avons présenté l'étude théorique du comportement, dans un liquide, d'une bulle de *gaz ou de vapeur de volume variable*, en mouvement de translation.

Une réduction de volume l'accélère tandis qu'une augmentation de volume la ralentit : c'est l'effet fusée. L'application de ce phénomène a été faite à l'écoulement théorique d'une bulle à l'intérieur d'une pompe centrifuge.

Nous nous proposons maintenant de décrire les vérifications expérimentales relatives à l'effet fusée en insistant particulièrement sur le processus de l'érosion mécanique de cavitation tel qu'il peut être envisagé d'après cette étude.

1. Rappels

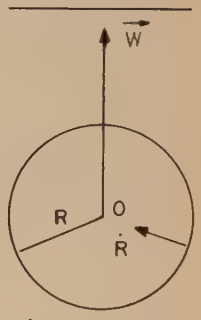
Nous avons considéré une bulle sphérique de diamètre D et de centre O se déplaçant à la vitesse $\vec{W}$. Un point de la surface est animé par rapport à O d'une vitesse radiale $\dot{R}$. Celle-ci peut être positive (explosion) ou négative (implosion) (fig. 1).

L'intégration des forces de pression sur toute la surface mouillée donne une force résultante de la forme :

$$\vec{F} = -\left[M' \frac{d\vec{W}}{dt} + \vec{W} \frac{dM'}{dt}\right]$$

$$= -M'\left[\frac{d\vec{W}}{dt} + \frac{3\,\vec{W}}{D}\frac{dD}{dt}\right]$$

$$= -\frac{d\,(M'\vec{W})}{dt}$$



1/

Lorsque la masse de la bulle est négligeable et qu'il n'existe pas d'autre force que $\vec{F}$, on voit que la quantité de mouvement $\overrightarrow{M'W}$ reste constante.

De plus, le calcul de l'énergie cinétique totale des particules liquides mises en mouvement par le passage de la bulle s'écrit :

$$T = \frac{1}{2} M' W^2 + \frac{1}{2} M'' \dot{R}^2$$

M′ : masse induite; elle est égale à la moitié de la masse de la goutte liquide qui remplirait la bulle : $M' = (M/2)$;

M″ : masse équivalente à la masse du fluide dans son mouvement radial : $M'' = 3\,M$.

L'énergie cinétique totale apparaît donc comme la somme des énergies cinétiques radiale et de translation.

Nous avons montré également que l'on pouvait définir une particule équivalente à la bulle dans son mouvement de translation : la pébulle. Nous l'appelons le pébullon lorsque la bulle se déplace dans un liquide parfait en l'absence de toute force extérieure. Sa masse est alors M'. En conservant une quantité de mouvement constante, il peut s'autopropulser à la manière d'une fusée. Son énergie cinétique est égale à $1/2\ M'\ W^2$.

Le mouvement radial d'une bulle est défini par sa vitesse $\dot{R}$. Lorsque la vitesse de translation et la pression à l'intérieur sont nulles, la valeur de $\dot{R}$ a été calculée [1]. La durée de l'implosion est :

$$t = 0{,}915\ R_0 \frac{\rho}{p_\infty} \qquad (3)$$

R_0 : diamètre initial;

p_∞ : pression à l'infini.

Application numérique :

$R_0 = 10^{-3}$ $\quad \rho = 10^3\ kg/m^3$ $\quad p_\infty = 10^5$

durée de l'implosion : $t \simeq 100\ \mu s$.

Une bulle de vapeur dont la pression intérieure reste constante implose suivant une loi analogue. Ceci n'est plus vrai quand elle renferme un gaz.

Lorsque la bulle est en translation, la vitesse $\dot{R}$ est modifiée. Toutefois, nous avons montré que, pratiquement, dans les conditions expérimentales considérées, on pouvait la prendre égale à :

$$\dot{R} \simeq \sqrt{\frac{2\,p}{3\,\rho}\left(\frac{1}{x^3} - 1\right)} \qquad (4)$$

Enfin, dans le cas particulier où les pressions à l'intérieur de la bulle (p_0) et à l'infini (p_∞) sont constantes, l'équation de l'énergie donne :

$$\frac{d}{dt}\left[\frac{1}{2} M' W^2\right] + \frac{1}{2} M'' R^2 = (p_\infty - p_0) \int dv \qquad (5)$$

Ces résultats vont nous permettre d'analyser les divers processus de l'érosion de cavitation et de compléter les explications fournies actuellement sur ce sujet.

2. Transfert d'énergie. Théorie du jet Application

1. Transfert d'énergie.

L'équation (5) montre que l'énergie potentielle de pression se transforme en énergie cinétique. Dans le cas d'une bulle immobile, c'est uniquement l'énergie cinétique d'implosion qui intervient. Lorsque la bulle est en mouvement, le problème est plus complexe. Pour mettre en évidence le transfert d'énergie cinétique d'implosion en énergie cinétique de translation, nous prendrons le cas particulier où l'énergie potentielle de pression s'annule. A un instant donné, que nous prendrons comme instant initial, l'énergie cinétique totale s'écrit alors :

$$T_1 = T'_1 + T''_1 = \frac{1}{2} M'_1 W_1^2 + \frac{1}{2} 6\, M'_1 \dot{R}_1^2 = \text{Cte}$$

Les deux mouvements de translation et d'implosion vont se poursuivre. Leurs vitesses seront liées par la relation :

$$T_1 = \frac{1}{2} M' W^2 + \frac{1}{2} 6\, M' \dot{R}^2 = \frac{1}{2} 6\, M'_1 \dot{R}_1^2 + \frac{1}{2} M'_1 W_1^2$$

Sachant que $M' W = M'_1 W_1$, cette expression devient :

$$\frac{2\,T_1}{M'_1\,W_1} = W + 6\,\frac{M'\,\dot{R}^2}{M'_1\,W_1} = 6\,\frac{\dot{R}_1^2}{W_1} + W_1$$

Lorsque le diamètre de la bulle décroît, la masse induite diminue également. En posant $x = (R/R_1)$, nous pouvons écrire cette équation sous la forme :

$$\frac{W_1}{x^3} + 6\,x^3\,\frac{\dot{R}^2}{W_1} = \frac{6\,\dot{R}_1^2}{W_1} + W_1$$

d'où l'on tire la valeur de $\dot{R}^2$:

$$\dot{R}^2 \simeq \frac{1}{x^3}\left[\dot{R}_1^2 + \frac{W_1^2}{6}\left(1 - \frac{1}{x^3}\right)\right]$$

La vitesse d'implosion s'annule lorsque toute l'énergie cinétique d'implosion a été transformée en énergie cinétique de translation. La détermination de x permet de connaître le diamètre final de la bulle.

$$x = \sqrt[3]{\frac{1}{1 + (6\,\dot{R}_1^2/W_1^2)}}$$

Si, à l'instant initial, l'énergie cinétique de translation est négligeable devant l'énergie cinétique d'implosion, cette expression prend la forme simplifiée :

$$x \simeq \sqrt[3]{\frac{W_1^2}{6\,\dot{R}_1^2}}$$

La bulle sera d'autant plus petite que l'énergie cinétique d'implosion initiale sera plus élevée. La vitesse de translation tend alors vers une valeur bien déterminée :

$$W \to \frac{6\,\dot{R}_1^2}{W_1} \qquad (6)$$

Nous pouvons donc dire que l'énergie potentielle de pression se transforme en énergie cinétique d'implosion qui, à son tour, se transforme en énergie cinétique de translation.

Comme les énergies mises en jeu sont relativement importantes, il est intéressant de présenter une application numérique.

Au cours de la cavitation, on observe des bulles de vapeur de 0,4 mm de diamètre se déplaçant à la vitesse de 33 m/s. Si l'on admet que la bulle a le cinquième du diamètre initial, la vitesse d'implosion peut alors atteindre théoriquement la valeur $\dot{R} = 8\,000$ m/s. Pratiquement ces vitesses ne se rencontrent pas à cause de la viscosité du liquide ambiant et de l'air inclus dans la bulle. En effet, ce dernier va se comprimer en absorbant de l'énergie cinétique.

Afin d'apprécier l'importance de ces énergies, nous admettrons que la vitesse radiale est de l'ordre de 100 m/s.

Dans ces conditions, l'énergie cinétique totale s'écrit :

$$T = T' + T'' = 10^{-5} + 50.10^{-5}$$

L'énergie cinétique de translation se dissipera en choc directement, si la bulle heurte une paroi à cet instant. Supposons que l'aire d'impact soit de 0,5 mm². L'énergie mise en jeu sera de 2.10^{-3} J/cm². Nous avons montré que la durée de l'implosion totale était de l'ordre de 100 µs. Nous prendrons une valeur identique comme intervalle entre deux chocs. La fréquence de répétition sur le même point de la paroi sera donc de 10^4. La puissance moyenne dissipée sur l'obstacle par l'intermédiaire de l'énergie cinétique des bulles atteindra dans ce cas $2.10^{-3}.10^4 = 20$ W/cm². Elle peut être beaucoup plus élevée.

D'autre part, l'énergie cinétique d'implosion est importante. Bien qu'elle ne se dissipe pas entièrement en choc sur la paroi, il est évident qu'une grosse partie interviendra.

L'évaluation de l'apport direct au choc est difficile. Nous l'estimerons égal au cinquième de l'énergie totale soit à 10.10^{-5} joule. Elle viendra s'ajouter à l'énergie précédente pour donner une puissance de bombardement supérieure à 200 W/cm².

L'énergie cinétique d'implosion peut se dissiper différemment. En effet, lorsque la bulle renferme un gaz, de l'air par exemple, ce dernier va s'échauffer en se comprimant. La transformation est sensiblement adiabatique à cause de sa faible durée (moins de 100 µs). Lorsqu'une bulle de cavitation contenant une très faible fraction d'air implose, la température de ce dernier peut atteindre plusieurs milliers de degrés lorsqu'il se comprime. Une condensation adiabatique de la vapeur aurait un résultat semblable.

Nous allons vérifier que l'énergie cinétique d'implosion, soit environ 40.10^{-5} J, permet d'ioniser de la vapeur d'eau.

Il faut environ 5 eV pour dissocier une molécule d'eau, soit 5.10^5 joules par mole. Prenons une bulle contenant de la vapeur d'eau dans les conditions normales de température et de pression. Calculons le diamètre de la bulle qui verrait toute la vapeur d'eau qu'elle contient se dissocier, sachant que l'énergie disponible est de 4.10^{-4} joule.

$$\frac{5.10^5 \ \pi D^3}{22{,}4.10^3.6} = 10^{-4} \qquad \text{soit} \qquad \underline{D \simeq 0{,}3 \text{ mm}}$$

Une quantité importante de vapeur d'eau peut donc être dissociée en ions H^+ et OH^- particulièrement actifs chimiquement.

L'analyse des points d'impact dus à la cavitation [2] montre une similitude frappante avec ceux que l'on rencontre lors de l'électroérosion. On peut concevoir des bulles transportant des charges électriques. Ces dernières proviendraient des charges ioniques définies ci-dessus ou bien d'une électrisation consécutive à la différence importante qui existe entre les constantes diélectriques du liquide et du gaz. (Au cours de travaux antérieurs, nous avons déjà signalé l'existence de décharges électriques importantes [3]).

Par son action mécanique, chimique et peut-être électrique, le choc d'une bulle sur un obstacle provoque une érosion. Ceci contribue à expliquer les méfaits de la cavitation ainsi que les phénomènes de sono-luminescence qui l'accompagnent.

L'érosion mécanique joue un rôle prépondérant. Nous allons analyser la formation et le développement du microjet consécutif à l'implosion des bulles de cavitation.

2. Mécanisme de transfert d'énergie. Formation d'un microjet.

Il est intéressant de connaître le processus du transfert d'énergie. A partir du potentiel des vitesses déjà défini, on peut déterminer, par le calcul, les trajectoires des particules liquides. Toutefois, pour avoir une idée plus concrète de ce phénomène, nous considérerons l'évolution des trajectoires lorsqu'une bulle implose [12].

Sur la figure 2, nous voyons les trajectoires de trois particules A, A′, A″, que le passage d'un cylindre met en mouvement dans un liquide immobile à l'infini [4]. Un tracé analogue se dessine lorsqu'une bulle de diamètre fixe traverse un liquide (mouvement permanent).

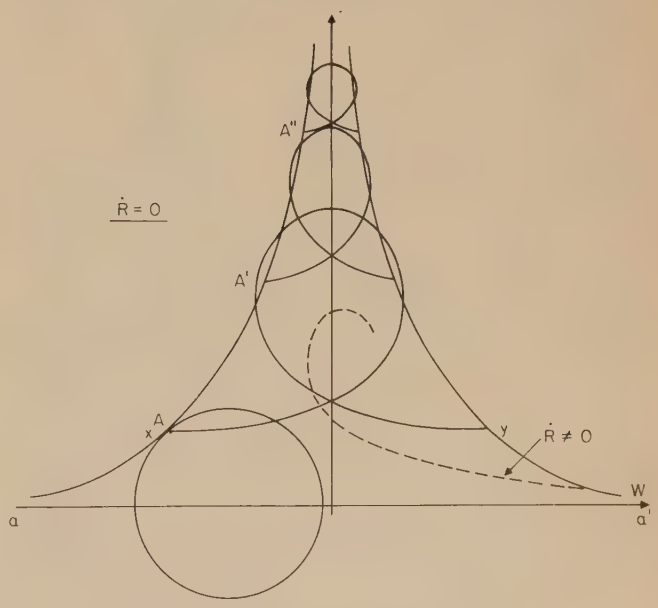
Une particule au repos en x va décrire sa trajectoire pour se retrouver au repos en y après le passage de la bulle.

La particule fluide a effectué le déplacement xy. Le passage de la bulle provoque donc un transport de matière dans le sens de sa translation. C'est ce qu'exprime la notion de masse induite M′. L'énergie cinétique de translation $1/2\ M' W^2$ est la somme, à un instant donné, de l'énergie cinétique de translation de toutes les particules fluides mises en mouvement.

Les notions de masse induite et d'énergie cinétique de translation ne sont pas des grandeurs fictives. Elles ont, certes, un aspect d'équivalence, mais elles sont concrètes tant par leur existence que par leurs effets.

Une pébulle en mouvement de translation pourra s'écraser contre une paroi en perdant son énergie cinétique de translation.

L'implosion de la bulle déforme les trajectoires vers l'axe aa' (en pointillé pour la particule A). Nous en déduisons deux conséquences. D'une part,



2/

le nombre des trajectoires augmente dans cette région. D'autre part, la répartition des vitesses est différente. Il en résulte un accroissement local de la densité d'énergie cinétique que nous définirons plus loin.

L'existence de ce simili jet peut également être mise en évidence par l'étude de certains cas particuliers.

Bulle immobile en implosion. C'est uniquement l'énergie cinétique d'implosion qui intervient. Les particules fluides ont une direction radiale (fig. 3 *a*).

Considérons un secteur de la sphère ayant le même centre que la bulle mais un diamètre beaucoup plus grand. Au cours de l'implosion, la surface liquide converge vers le centre à la manière d'un jet de plus en plus acéré. Théoriquement, à la limite, lorsque la bulle disparaît, l'extrémité de ce jet est ponctuelle.

Ce raisonnement reste vrai si l'on étend le secteur à la sphère entière. L'implosion d'une bulle peut donc être assimilée à un jet dirigé vers le centre de celle-ci.

Bulle en translation et en implosion simultanées. Les schémas des figures 2 et 3 donnent l'allure des trajectoires des particules fluides suivant les valeurs relatives de W et de $\dot{R}$.

a) $\dot{R} = 0$ (fig. 2);

b) $W = 0$ (fig. 3 *a*);

c) $W = \dot{R}$ (fig. 3 *b*). Nous avons déjà suggéré l'idée du mécanisme de la formation d'un jet lors d'une implosion sans translation. Dans ce schéma la focalisation des lignes de courant apparaît clairement ainsi que la formation du jet;

d) $W < \dot{R}$ (fig. 3 *c*). C'est un état intermédiaire entre *b* et *c*. Son intérêt est réduit, car le flux d'énergie dirigée est contrecarré par le choc des particules liquides venant en sens inverse;

e) $W > \dot{R}$ (fig. 3 *d*). Les remarques précédentes permettent d'avoir une idée assez nette du processus de formation du jet. Nous pouvons dire que partant du schéma *a*, où le jet s'anéantit théoriquement lui-même, on obtient un jet de plus en plus effilé avec les schémas successifs *c*, *b* et enfin *d*.

T. B. Benjamin et A. T. Ellis [5] pensent que le domaine sphérique simplement connexe entourant la bulle se transforme en un domaine non simplement connexe et qu'il apparaît un vortex dont l'énergie est celle qui correspond à l'impulsion de Kelvin.

Le transfert d'énergie peut s'interpréter par l'intermédiaire d'un déplacement de quantité de mouvement de l'avant à l'arrière de la bulle (fig. 4). Le simili doublet qui se dessine (sans se refermer) représente grossièrement ce processus. Toutefois, il semble difficile de poursuivre l'analogie. Nous pensons que lors de la disparition de la bulle il ne subsiste qu'un jet.

Calcul de la densité d'énergie cinétique de translation. L'énergie cinétique de translation est égale à :

$$T = \frac{1}{2} M' W^2 = \frac{1}{2} M'_1 W_1 W = \frac{T_1}{x^3} \qquad (7)$$

En admettant, comme nous l'avons déjà signalé, que l'énergie cinétique de translation se trouve pratiquement à l'intérieur d'une sphère concentrique à la bulle et de rayon triple, nous pouvons évaluer la densité moyenne δ d'énergie. Si v est le volume considéré, nous aurons, en faisant intervenir les conditions initiales :

$$\delta = \frac{T_1}{x^3 v} \qquad \delta_1 = \frac{T_1}{v_1}$$

Le rapport des densités moyennes finale et initiale sera :

$$\boxed{k = \frac{\delta}{\delta_1} = \frac{1}{x^6}}$$

En prenant :

$$x = 4.10^{-2}$$

on en tire :

$$k = \frac{1}{4^6.10^{-12}} \quad \text{et} \quad k \simeq 2{,}5.10^8$$

La densité moyenne d'énergie se trouve multipliée par un facteur considérable : $2{,}5.10^8$.

La densité d'énergie cinétique initiale de translation correspondant à $W_1 = 0{,}1$ m/s est égale à :

$$\delta_1 = \frac{M'_1 W_1^2}{2 v_1} = \frac{\rho W_1^2}{2.3^3} \simeq 0{,}185 \text{ J/m}^3$$

La densité d'énergie cinétique finale atteindra la valeur :

$$\delta \simeq 46.10^6 \text{ J/m}^3 \qquad \text{soit} \quad \underline{46 \text{ MJ/m}^3}$$

Pression consécutive au choc du jet contre une paroi. Nous pouvons écrire que l'énergie cinétique de translation se transforme en énergie de pression.

$$p = \frac{1}{2} \rho W^2$$

Application numérique.

$$\rho = 10^3 \qquad W = 1\,500$$

$$P \simeq 10^9 \text{ pascals, soit } \boxed{p \simeq 10\,000 \text{ kgp/cm}^2}$$

Diamètre de l'extrémité du jet. Il est inférieur au diamètre de la bulle à l'état final. L'application numérique suivante permet d'obtenir une valeur approchée à partir de la relation (6) :

$$D_1 = 10^{-3} \qquad W_1 = 0{,}1 \text{ m/s} \qquad \dot{R}_1 = 5 \text{ m/s}$$

On en tire :

$$\underline{W = 1\,500 \text{ m/s}} \quad x \simeq 0{,}04 \quad \text{et} \quad \boxed{D = 40\ \mu}$$

Les vitesses de translation peuvent être considérables.

Le diamètre du jet sera donc de l'ordre de 40 μ. Nous pensons que cette valeur peut être très inférieure. En effet la valeur R choisie est faible. D'autre part, nous avons supposé qu'il n'y avait pas

d'énergie de pression qui se transforme en énergie cinétique. Pratiquement, cet apport d'énergie supplémentaire est important.

La pointe du jet atteint certainement des dimensions comparables aux distances intermoléculaires c'est-à-dire de l'ordre d'une centaine d'angströms.

3. Mécanismes du choc.

Etant donnés les éléments que nous venons de définir, il est facile de prévoir les divers types de chocs qui se présenteront.

Choc simple.

Une bulle d'un diamètre quelconque est assimilable à une pébulle. Celle-ci possède une énergie cinétique de translation. Comme un projectile, elle peut céder son énergie sous forme de choc simple (fig. 4). Notons qu'elle est attirée par la paroi, ce qui accroît le choc.

Choc du type charge creuse.

Quand la bulle a heurté la paroi, il existe un moment où, comme l'indique le schéma (fig. 5), l'énergie cinétique du liquide est focalisée sur un point de la surface. La densité d'énergie en ce point se trouve accrue lorsque la bulle disparaît.

Choc du type jet.

Nous avons considéré jusqu'à maintenant le choc dû à une bulle existante. Il se peut que la bulle ait implosé avant d'atteindre la paroi. Le jet qui en résulte va se perdre dans le liquide et disparaître par frottements ou bien heurter la surface si celle-ci est proche (fig. 6).

Ce dernier type de choc est le plus efficace. On peut en effet imaginer que le jet est suffisamment acéré et puissant pour s'infiltrer dans l'édifice cristallin du matériau. Les forces mises en jeu sont supérieures aux forces de liaison moléculaires : il y a dislocation.

Remarques :

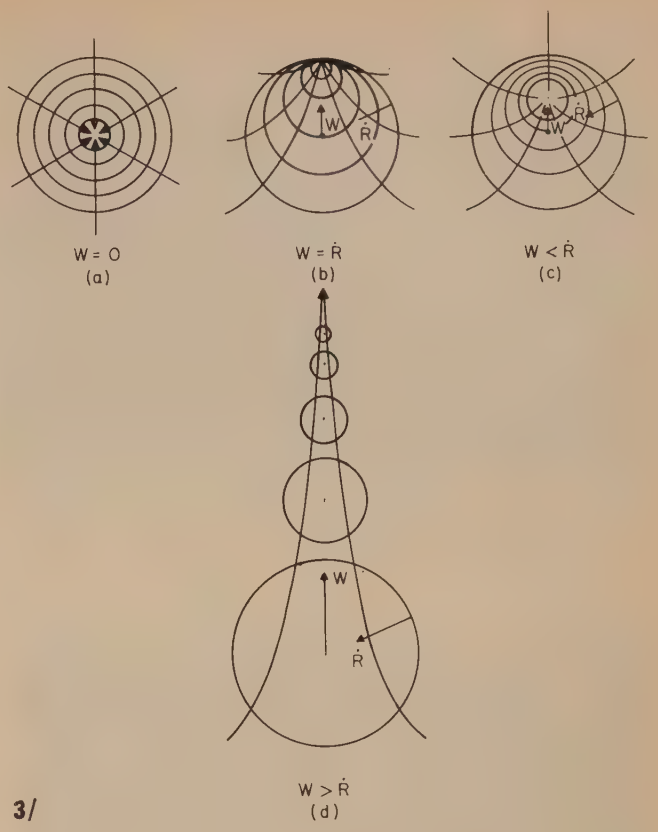
— Pratiquement ces trois types de chocs sont confondus avec, en général, prédominance de l'effet du jet;

— plusieurs chercheurs ont suggéré que l'érosion mécanique pourrait être due à la multiplicité des chocs qui écrouissent le métal. Il semble que le processus d'extrusion de matière soit considérablement facilité par le travail de minage intérieur effectué par les jets;

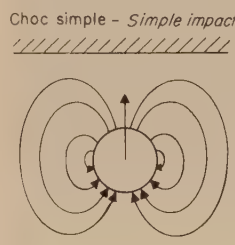
— la présence d'air dans la bulle diminue la puissance du choc. D'une part, la compression et les réactions électro-chimiques absorbent de l'énergie. D'autre part, l'existence d'une bulle freine la propagation du jet. Le choc se rapproche du type choc simple;

— nous avons toujours supposé que la bulle restait sphérique. Pratiquement, elle peut se déformer considérablement. Divers auteurs ont considéré cette possibilité. De plus, on doit tenir compte des frottements.

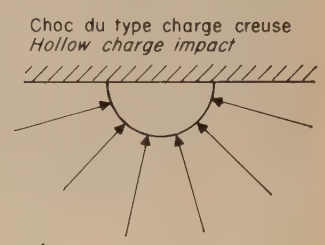
La théorie de l'effet fusée permet d'expliquer le bombardement des parois et leur fréquence ainsi que le processus de l'érosion mécanique de cavitation. Elle fait apparaître l'énergie nécessaire et le mode d'action : le microjet.



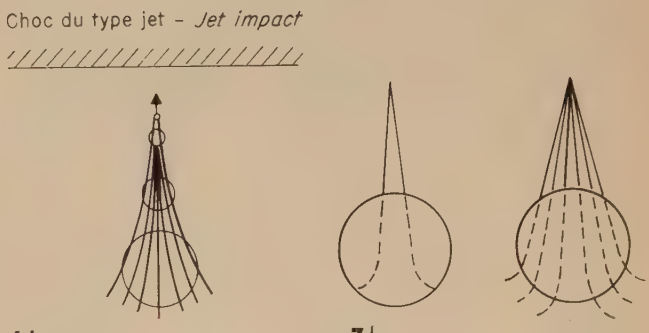
3/



4/



5/



6/ 7/

4. Résultats expérimentaux.

T. B. Benjamin et A. T. Ellis ont bien mis en évidence l'existence du jet à l'aide du cinéma ultra rapide [5] en utilisant le rebond de la bulle. Nous l'expliquerons en faisant intervenir l'effet fusée. Soit une bulle de gaz qui implose. En se réduisant elle donne naissance à un jet qui la suit et elle emmagasine de l'énergie potentielle de pression. A

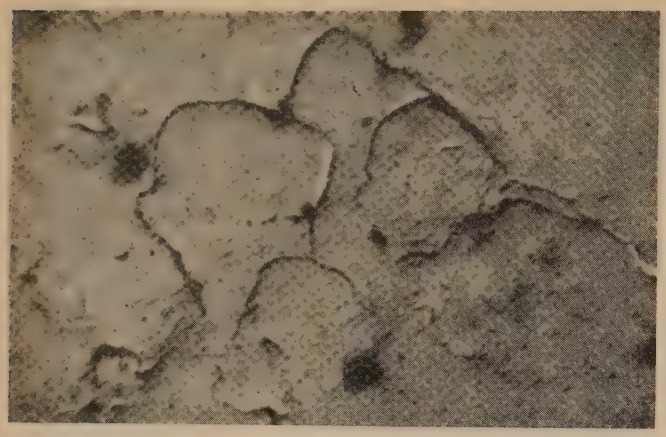


Photo 1/ Surface d'aluminium érodée (vues identiques lorsque la cavitation est due aux ultrasons ou à l'impact d'un jet). Grossissement : 8 000 ×.

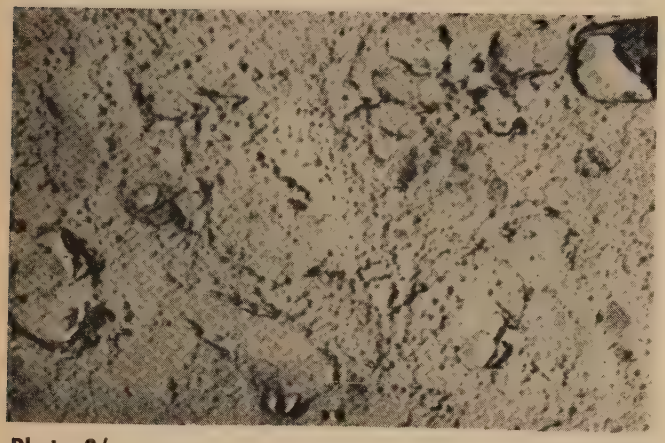
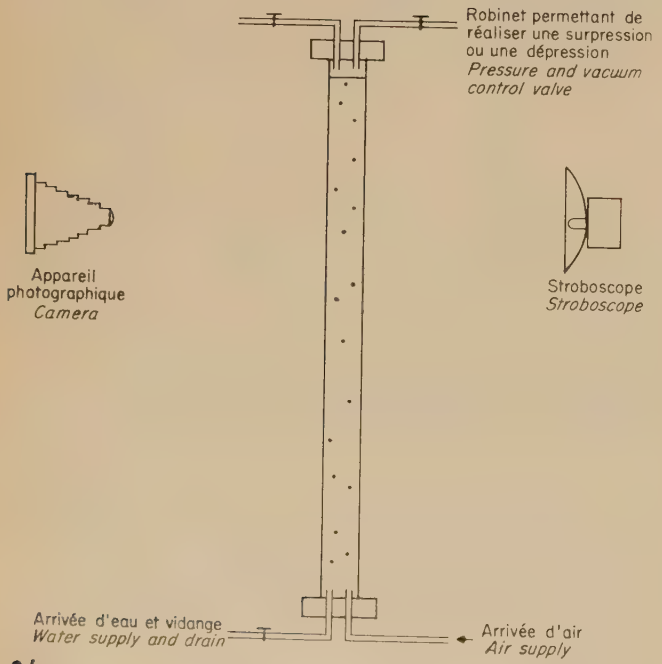
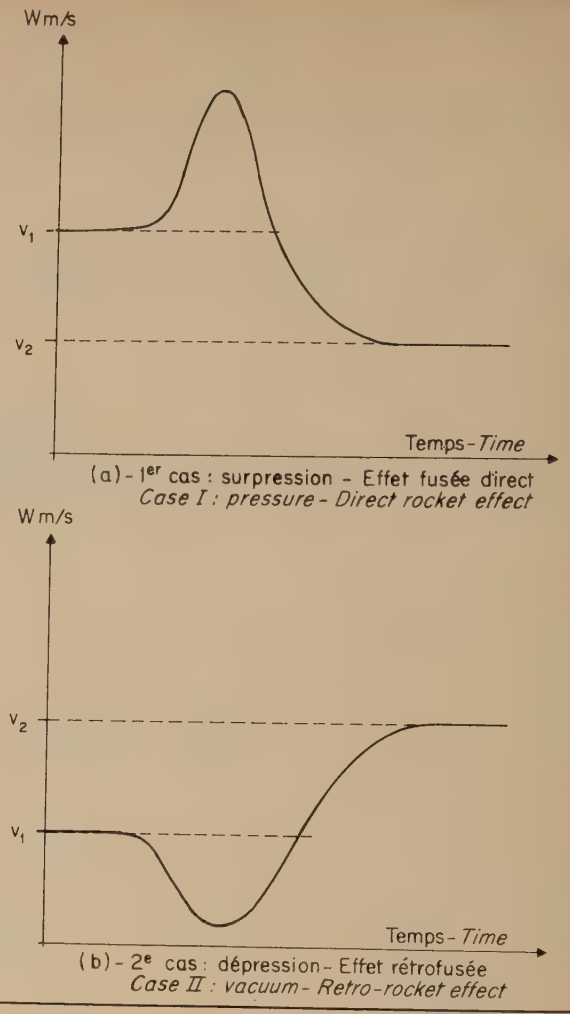


Photo 2/ Surface d'or érodée par ultrasons. Vue identique pour une surface de corindon attaquée au jet. grossissement: 16 000 ×.



8/



9/

un instant donné, la vitesse radiale s'annule et l'explosion s'amorce : c'est le « rebond ». Alors la bulle grossit et l'effet rétrofusée réduit sa vitesse de translation qui devient inférieure à celle du jet. Poursuivant sa trajectoire, ce dernier perce la bulle suivant le schéma de la figure 7.

Afin de présenter les différents aspects que prend l'érosion de cavitation, nous interpréterons notamment les résultats expérimentaux du Professeur F. Vasvari de l'Université Technique de Budapest [2].

Tous ceux qui se trouvent en présence de phénomènes de cavitation ont pu observer les particularités suivantes sur les pièces érodées.

Couleur : Des teintes ocres, rougeâtres rappellent celles des matériaux soumis à de hautes températures. Deux explications apparaissent. Nous avons vu que la température de la bulle pouvait atteindre plusieurs milliers de degrés. L'ionisation des gaz présents et l'oxydation qui en résultent sont alors évidentes.

D'autre part, F. Vasvari a relevé une identité entre l'état des surfaces soumises à une décharge électrique ou à l'électroérosion lors d'un usinage par exemple et celui des parois situées près des zones de cavitation. Ceci suppose la présence des charges électriques que nous avons signalées (ionisation et électrisation).

L'effet fusée facilite l'électrisation par frottement et intensifie ainsi l'érosion de la paroi.

Relief : A l'œil nu, on observe des cratères profonds de l'ordre du centimètre. Ceci ne présente

guère d'importance théorique. On imagine facilement la croissance d'une cavité initiale facilitée par la présence permanente de gaz soumis à des surpressions successives. Ces cavités donnent aux surfaces un aspect buriné très perturbé. Elles peuvent même se creuser à l'intérieur du matériau : il est nécessaire de faire une coupe pour les voir.

Plus intéressante pour nous est l'observation du point d'impact d'une bulle. M. Vasvari a pu en déterminer le diamètre à l'aide de photographies prises au microscope ordinaire et au microscope électronique (phot. 1 et 2).

Sur ces photos, les diamètres des cratères d'impact des bulles varient depuis 0,01 μ jusqu'à 2 μ [2].

M. Vasvari a relevé également au microscope électronique des cavités filiformes perpendiculaires à la surface. Elles pénètrent assez profondément et semblent se frayer un chemin en tortillon dans le matériau.

Ces observations confirment les résultats obtenus à partir de l'effet fusée et de la théorie du jet.

Une telle explication de l'érosion mécanique nécessite la présence de bulles de vapeur. Puisque l'érosion rencontrée dans l'expérience du jet d'eau projeté sur une éprouvette est semblable, on peut supposer qu'il y a formation et disparition de bulles de cavitation ou tout au moins de microjets liquides peut-être consécutifs à un effet fusée. Les zones de dépression et de surpression que l'on rencontre favorisent ce processus.

Plus généralement, l'érosion de cavitation se produira chaque fois qu'il existera des bulles de cavitation en mouvement de translation quel que soit le phénomène qui les provoque.

Les ultra-sons entraînent une érosion particulièrement rapide, car ils définissent des conditions propices au développement de l'effet fusée, soit une succession de dépressions et de surpressions brutales. On relève une fréquence optimale de cavitation correspondant sans doute à la fréquence de résonance de la pébulle. Pour cette valeur, l'érosion est maximale et l'on observe notamment une projection importante de gouttes de liquide analogue à celle que nous avons signalée dans l'étude de l'ébullition. Les photos mettent en évidence des surfaces d'ondes stationnaires.

Nous noterons également que l'implosion des bulles de cavitation provoque des ondes de choc qui ont été photographiées [6]. Celles-ci entraînent des zones de dépression qui donnent naissance à d'autres bulles de cavitation.

De nombreux expérimentateurs ont observé que si la cavitation s'organise derrière un corps, il n'y a pas d'érosion dans cette région. Ceci est normal car les bulles qui se détachent de cette cavité s'en éloignent. Elles transportent leur énergie et éventuellement leurs méfaits plus loin, là où existe un gradient de pression positif.

L'étude du transfert d'énergie et notamment du mécanisme de ce transfert nous a permis de proposer une explication de la formation du microjet qui joue un rôle prépondérant dans l'érosion de cavitation. Nous avons utilisé pour cela la propriété que possède une bulle de s'autopropulser par variation de volume, c'est-à-dire par effet fusée. Comme l'effet fusée trouve des applications dans de nombreux domaines, nous avons pu effectuer plusieurs vérifications expérimentales.

3. Vérification expérimentale de l'effet fusée

L'étude théorique de l'effet fusée a montré que le comportement d'une bulle dépendait du gradient de température ou de pression du milieu où elle évoluait. Nous considérerons trois cas distincts. Le premier intéresse les bulles d'air, le second les bulles de vapeur et le troisième concerne les deux à la fois à l'intérieur d'une pompe centrifuge.

1. Ascension d'une bulle d'air dans l'eau.

Soit le montage expérimental simple que schématise la figure 8. Un tube en plexiglass de 2 m de long et de 0,05 m de diamètre est rempli d'eau. Des bulles d'air sont envoyées par le bas. Sous l'influence de la poussée d'Archimède, elles s'élèvent dans le liquide pour atteindre la vitesse limite W_l. L'ensemble du fluide est sous une pression donnée.

Imposons une variation brusque de cette pression. Elle entraîne une variation de volume des bulles et par suite un effet fusée. Une surpression provoque l'effet fusée direct, une dépression l'effet rétrofusée. L'observation des vitesses successives permet de le mettre en évidence.

Les bulles s'élèvent plus ou moins rapidement suivant leur grosseur. Il est intéressant de les choisir d'un diamètre voisin du demi-millimètre. Au-dessus, elles ne sont plus sphériques et oscillent considérablement. Au-dessous, leur faible vitesse ne donne qu'un effet fusée réduit.

Un générateur d'éclair d'une fréquence voisine de 50 Hz assure l'éclairage. Nous avons pris un temps de pose égal à une demi-seconde, ce qui donne 25 images environ par photo.

En mouvement permanent, la vitesse limite d'une bulle est de 0,022 m/s si R = 0,1 mm. Comme elle est proportionnelle au carré du rayon, il est facile de la calculer durant les régimes permanents établis avant et après la variation de la pression. Les rayons des bulles passant à 0,2 et 0,3 mm, les vitesses limites atteindront successivement 0,1 et 0,2 m/s environ. C'est bien ce que l'on observe.

Au cours d'une transformation isotherme, lorsque la pression varie de p_1 à p_2, la vitesse limite s'écrit :

$$W_{lim} = \frac{2\,\rho g\,R_1^2}{9\,\mu}\left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{2/3}$$

Soit :

$$W_{lim} = 2{,}2\,.\,10^6\,R_1^2\left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{2/3}$$

Pour une bulle donnée, quand la pression absolue double ou triple, la nouvelle vitesse limite est multipliée successivement par 0,65 et 0,5.

Une pose d'une demi-seconde ne nous permettra pas d'observer la vitesse limite finale. Celle-ci n'est atteinte à 6 % près qu'au bout d'une seconde environ.

Jusqu'à maintenant nous n'avons considéré que les mouvements permanents initiaux et finaux. Le régime transitoire sera étudié en tenant compte de l'effet fusée. Celui-ci provoque un accroissement de vitesse pour une augmentation de pression brusque et un ralentissement pour une dépression.

Soit une bulle qui diminue de volume. Deux cau-

ses tendent à provoquer des variations de vitesse opposées. La poussée d'Archimède étant réduite, la vitesse doit décroître. D'autre part, l'effet fusée prévoit une accélération. C'est la résultante de ces deux actions que nous observerons. Deux cas sont à considérer (fig. 9) :

Premier cas : surpression. La diminution de volume de la bulle entraîne une réduction de sa vitesse limite qui passe de v_1 à v_2. Néanmoins, durant l'état transitoire, si la variation de pression est suffisamment rapide, nous devons relever une augmentation de vitesse à cause de l'effet fusée.

La figure 9 *a* donne l'allure générale de la courbe représentative de la vitesse en fonction du temps quand on applique une surpression.

Deuxième cas : dépression. C'est le cas opposé au précédent. Bien que la vitesse limite doive augmenter, durant l'état transitoire la bulle soumise à un effet rétrofusée important voit sa vitesse décroître (fig. 9 *b*).

Résultats expérimentaux.

D'après les vues photographiques, nous avons tracé deux séries de courbes correspondant successivement à une surpression et à une dépression.

Premier cas : Surpression : effet fusée direct. Les courbes de la figure 10 témoignent de l'existence de l'effet fusée direct. L'état transitoire n'étant pas terminé, la vitesse limite finale n'a pas encore atteint sa valeur;

Deuxième cas : Dépression : effet rétrofusée. Le ralentissement apparaît nettement sur les courbes de la figure 11.

Remarques.

En supposant négligeable la masse de la bulle devant sa masse induite, nous pouvons évaluer grossièrement l'accélération moyenne que développe l'effet fusée dans un cas expérimental donné (fig. 10 *a*). Nous n'avons pas à tenir compte, du moins dans ce calcul, des forces d'Archimède qui sont sensiblement équilibrées par la traînée.

$$\Gamma_f = \frac{3\,W}{D}\frac{dD}{dt}$$

$W = 0{,}20$ m/s;
$D = 0{,}6.10^{-3}$;
$dD = 0{,}2.10^{-3}$ (le volume est réduit de moitié);
$dt = 0{,}08$ s;

d'où $\underline{\Gamma_f = 1{,}50 \text{ m/s.s}}$

La courbe 10 *a* donne $\underline{\Gamma = 1{,}12 \text{ m/s.s}}$ en moyenne.

Nous pouvons considérer le résultat comme satisfaisant.

2. Bulles de vapeur dans le phénomène d'ébullition.

Nous nous référerons aux résultats expérimentaux de Jansen [7] qui a étudié le comportement d'une bulle de vapeur en ascension dans un liquide soumis à un gradient de température décroissant bien déterminé. De la courbe expérimentale donnant l'espace parcouru en fonction du temps, nous avons tiré successivement les variations de la vitesse et de l'accélération (fig. 12).

Sur le diagramme des vitesses, si l'on porte la courbe expérimentale et la courbe déduite de la relation :

$$W = W_1 \frac{1}{x_3}$$

qui caractérise la conservation de la quantité de mouvement (effet fusée) en l'absence de forces extérieures, la différence entre les deux tracés s'accroît rapidement.

Ce désaccord n'est pas surprenant, car la courbe théorique ne fait intervenir que les conditions initiales. Or, la vitesse réelle est notablement inférieure à la vitesse ainsi calculée. Nous pouvons cependant vérifier les conclusions sur l'effet fusée en considérant l'accélération qu'il provoque, celle-ci étant déduite de la vitesse réelle à un instant donné.

Les forces de traînée sont données par la formule :

$$F_t = \frac{1}{2}\,C_x \rho\, W^2\,\frac{\pi D^2}{4} \qquad (8)$$

soit :

$$F_t = M'.1{,}5\,C_x\,\frac{W^2}{D} = M\Gamma_t$$

L'équation du mouvement s'écrit alors :

$$\frac{dW}{dt} = \frac{-3\,W}{D}\,\frac{dD}{dt} - 1{,}5\,C_x\,\frac{W^2}{D} + 20$$

soit :

$$\Gamma_{\text{résultante}} = \Gamma_{\text{fusée}} - \Gamma_{\text{traînée}} + \Gamma_{\text{pesanteur}}$$

Les résultats expérimentaux permettent de déterminer les valeurs de D et de dD/dt. Sur la figure 12, nous retrouvons ces quatre accélérations ainsi que l'accélération réelle Γ_{exp} déduite des résultats expérimentaux.

Γ_t représente l'accélération due aux forces de traînée.

L'analyse des travaux relatifs à la valeur de C_x notamment de ceux de Peebles et Garber [8] nous a montré qu'elle était comprise entre 0,2 et 0,3 dans nos conditions expérimentales.

Lorsque $C_x = 0{,}264$, les courbes théorique et expérimentale se superposent pour t supérieur à 9 millisecondes. Il est difficile d'expliquer avec précision la différence que l'on relève dans l'intervalle $5 < t < 9$ ms. Tant que le régime d'écoulement de la bulle n'est pas établi, la multiplicité des forces qui entrent en jeu rend le phénomène complexe.

On conçoit aisément que le gradient de température ne conserve pas une valeur constante près de la paroi chauffante. Au temps $t = 3$ ms, il change même de signe. Ceci se traduit par un maximum sur la courbe représentative du diamètre en fonction du temps. Comme la condensation est très sensible à la valeur de la température, l'effet fusée ne peut pas alors se calculer correctement. Avant le maximum, on est en présence d'un effet rétrofusée.

Bien que les observations durent à peine 15 millisecondes, elles permettent de vérifier l'influence de l'effet fusée. Certes, une bulle ne dispose pas du temps nécessaire pour que sa vitesse prenne une valeur élevée. Mais, par contre, l'importance de l'effet fusée apparaît nettement dans le diagramme des accélérations. Celles-ci atteignent 30 *g*, alors que

sous l'action de la pesanteur uniquement elles ne seraient que de $2\,g$.

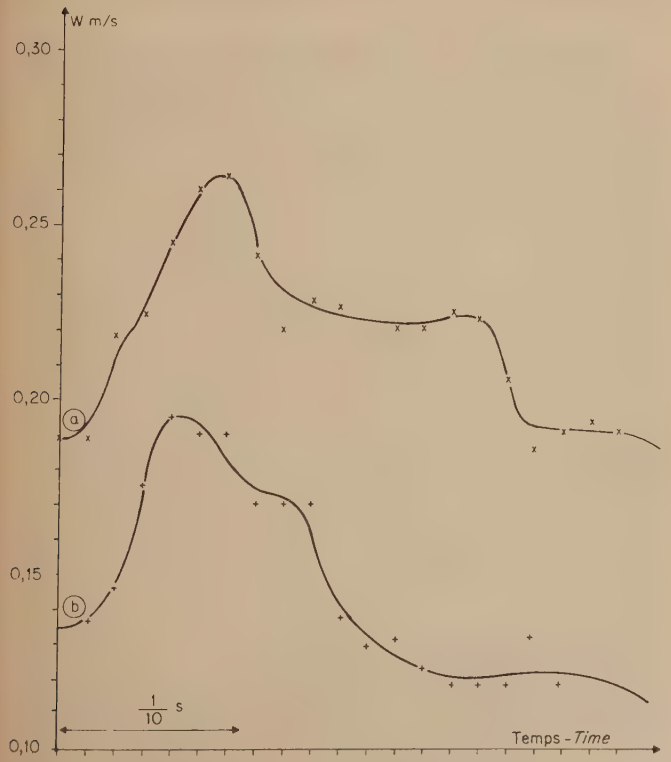
Nous sommes en présence d'un effet fusée rapide. La vitesse initiale de la bulle est environ de 0,12 m/s. L'énergie cinétique de translation au cours de l'effet fusée rapide est considérable (10^{-4} joule). C'est celle que peut posséder une pébulle atteignant la surface au cours de l'ébullition. Que devient cette énergie ? Il est évident que le jet qui suit la bulle va amorcer une ascension dans l'air en formant une goutte. Une expérience simple le confirme.

Prenons dans un bécher une certaine quantité d'eau que nous portons à l'ébullition (fig. 13 *a*). Nous admettrons que les températures de la paroi chauffante inférieure et de la surface libre sont indépendantes de l'épaisseur α de liquide. Celle-ci fixe le gradient de température et par suite l'effet fusée.

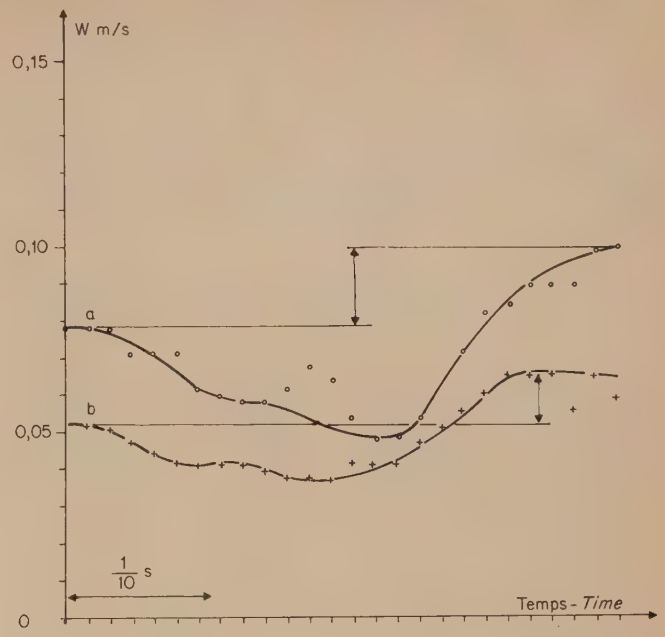
Soit une hauteur d'eau de 10 mm environ. Supposons qu'un petit nombre de bulles de vapeur se forment sur la paroi chauffante et montent vers la surface où le liquide bouillonne. Quelques rares gouttes giclent hors de la surface. Mais, si l'on poursuit l'ébullition, leur nombre n augmente au fur et à mesure que l'épaisseur α de liquide diminue. En même temps, la hauteur h qu'elles atteignent s'élève progressivement jusqu'à dépasser 30 cm pour $\alpha = 4$ mm. Ensuite le nombre de gouttes et la distance h décroissent rapidement jusqu'à s'annuler.

La courbe 13 *b* donne l'allure des variations de n et de h. Nous distinguerons trois régions :

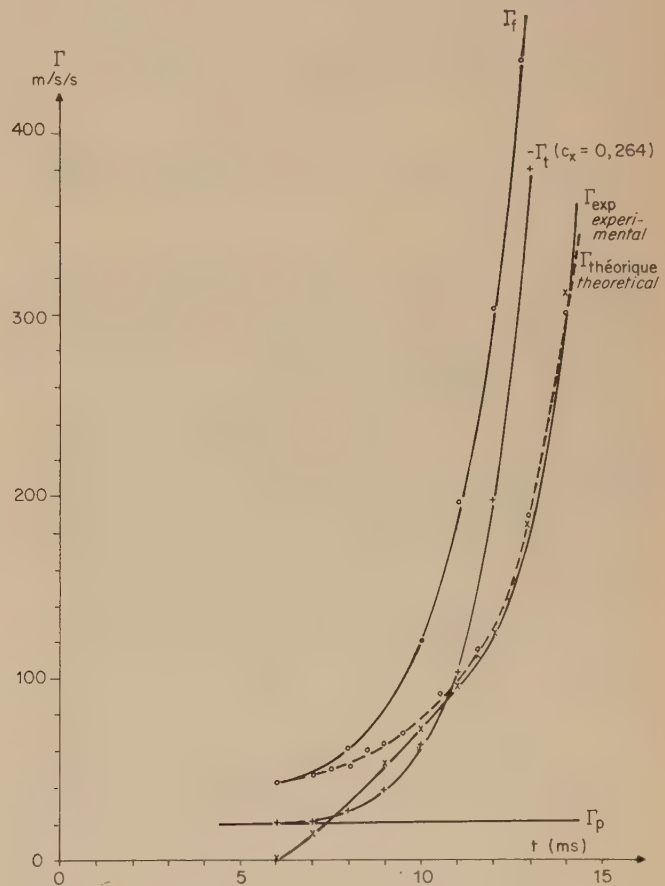
Région I : les bulles de vapeur se forment et s'élèvent. Leur vitesse ne prend pas de valeur importante, car un faible gradient de température



10/ Surpression / *Pressure.*



11/ Dépression / *Vacuum.*



12/ Γ_f : accélération due à l'effet fusée. *rocket effect acceleration.*

Γ_t : accélération due à la traînée. *drag acceleration.*

Γ_a : accélération due aux forces d'Archimède. *buoyancy acceleration.*

Γ_{exp} : accélération déduite des résultats expérimentaux. *acceleration calculated from test results.*

réduit l'effet fusée. Même un fort gradient de température n'aurait guère de conséquences intéressantes, car l'énergie disponible se dissiperait avant d'atteindre la surface. Il n'y aurait pas formation d'une goutte.

Région III : Le gradient de température est important ainsi que l'effet fusée, mais la bulle ne dispose pas du temps nécessaire pour accroître sa vitesse au sein du liquide. L'énergie cinétique reste donc réduite.

Région II : Dans cette zone, l'effet fusée peut se développer au maximum et fournir suffisamment d'énergie pour former une goutte et la propulser.

Une goutte d'eau s'élevant à 30 cm possède une énergie cinétique initiale de l'ordre du microjoule à laquelle il faut ajouter le travail nécessaire pour l'arracher au liquide, soit une énergie équivalente.

Afin d'élever la valeur du gradient de température nous avons soufflé sur la surface libre. La conséquence est très nette. L'effet fusée accru projette des gouttes plus grosses et l'on entend même un claquement avant que celles-ci ne quittent le liquide. La formation des gouttes s'interprète par la théorie du jet que nous avons exposée au cours de l'étude de la cavitation.

Ces observations intéressent les chimistes qui concentrent des solutions par évaporation. Lorsque la température d'ébullition augmente, l'effet fusée est plus important. Avec l'huile, par exemple, la projection de gouttelettes dépasse facilement 60 cm.

3. Ecoulement d'une bulle à l'intérieur d'une pompe centrifuge.

A - Rotoscope.

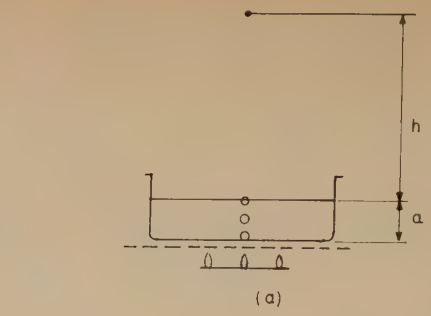
Dans une pompe centrifuge, le mouvement absolu d'une particule liquide est la résultante du mouvement relatif du fluide par rapport aux aubes et du mouvement d'entraînement auquel sont soumises les aubes. Ce dernier est une rotation.

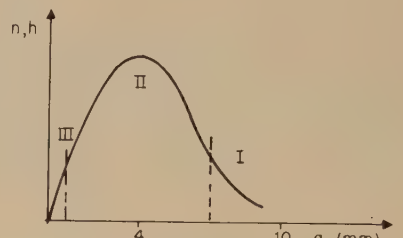
Les caractéristiques de cette rotation sont connues et la vitesse circonférentielle qu'elle entraîne facile à calculer. Plus délicate à atteindre est la vitesse relative due à des accélérations complexes. Aussi avons-nous essayé de l'observer directement par une technique de visualisation appropriée.

Deux appareils permettent d'atteindre ce résultat : le stroboscope et le rotoscope. Nous rappellerons d'abord le fonctionnement du premier, car sa connaissance aide à mieux comprendre l'utilisation du second.

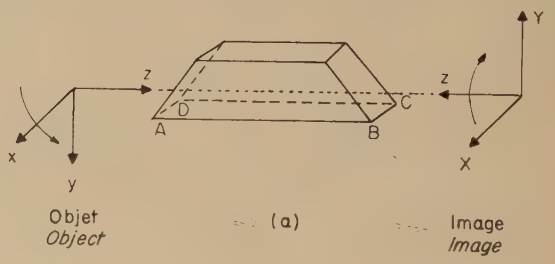
Avant d'aborder cette étude, nous signalerons l'emploi de l'appareil photographique monté sur un axe qui tourne à la vitesse de rotation de l'objet. Avec des temps de pose suffisants, les trajectoires relatives s'inscrivent. Nous reprochons à cette méthode une mise en œuvre très délicate et surtout l'impossibilité de l'observation visuelle directe.

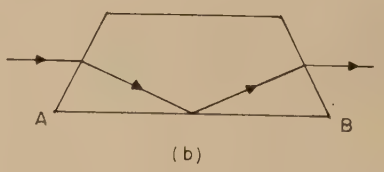
La stroboscopie utilise un générateur d'éclairs très brefs se succédant à intervalles réguliers. Une roue en rotation uniforme paraît arrêtée quand la fréquence des éclairs est égale à sa vitesse de rotation. Seul subsiste le mouvement relatif. Bien que l'objet ne soit éclairé qu'une fois par tour, la persistance des impressions lumineuses sur l'œil assure la continuité du mouvement.





13/



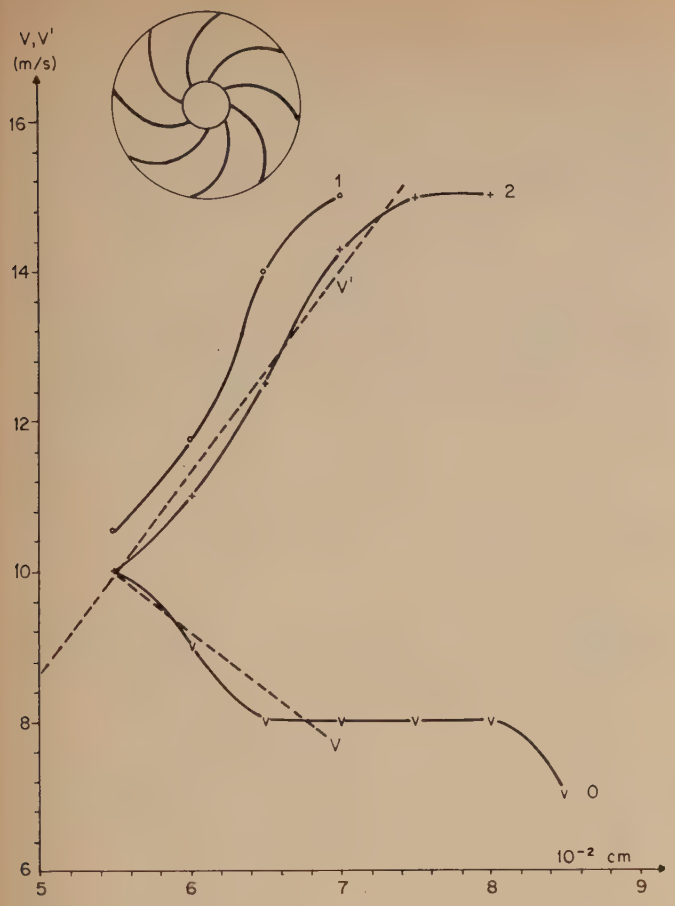


14/

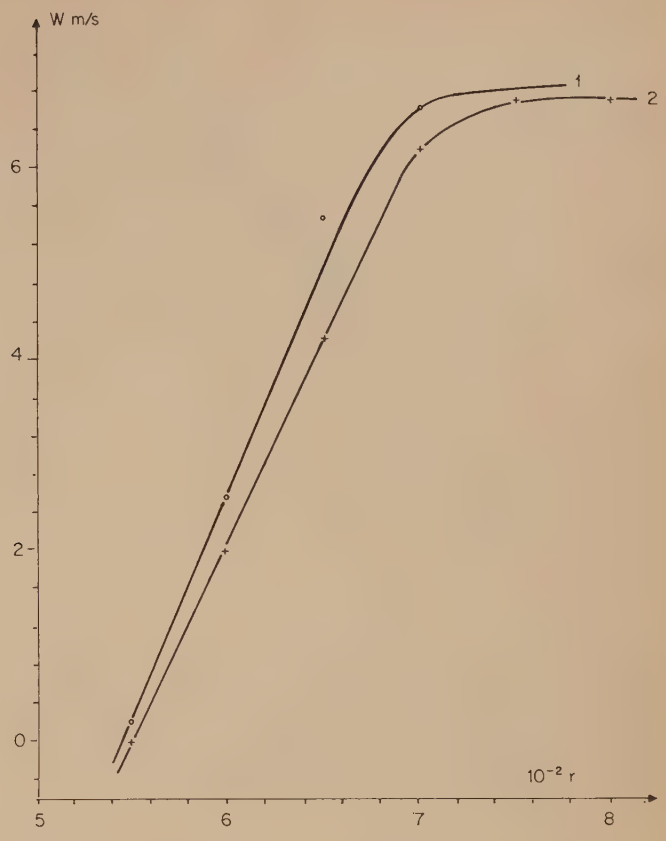
L'application de cette technique au cas de particules en suspension dans le liquide ne donne pas de résultats intéressants. Soit une fréquence d'éclairs égale à celle de la roue. Quand le temps de pose est inférieur à celui qui sépare deux éclairs, on obtient un cliché instantané. S'il couvre plusieurs éclairs, un nombre égal de vues se superposent sur une même photo. Les positions d'une particule à des instants voisins, séparés par une période, définissent théoriquement sa trajectoire relative en pointillés. Mais la multiplicité des bulles et des points relativement éloignés l'un de l'autre rend impossible tout tracé. Les photographies sont inexploitables.

Les inconvénients du stroboscope dus essentiellement à la discontinuité de l'observation ne se rencontrent plus dans la technique du rotoscope. Nous avons construit cet appareil en nous inspirant d'une idée de Thoma [9]. Sa mise au point est assez délicate [3].

Il est constitué essentiellement par un prisme Wollaston (fig. 14 *a*) tournant à une vitesse rigoureusement moitié de celle de la roue. Nous avons utilisé un arbre électrique pour coupler ces deux axes. La figure 14 *b* indique le trajet d'un rayon lumineux. L'explication du fonctionnement du rotoscope est facile quand on la ramène à celle d'un simple miroir Poggendorf. Vu à travers le prisme,



15/ Roue divergente (courbes expérimentales).
Pump impeller with diverging blades (experimental curves).
0 — V', $q_v = 10$ l/s sans bulle / *no bubble.*
1 — V', $q_v = 11$ l/s $\varphi = 0{,}086$.
2 — V', $q_v = 10$ l/s $\varphi = 0{,}079$.



16/ Roue divergente.
Pump impeller with diverging blades.
$\omega = 170$ $k = 420$.
1 $q_v = 11$ l/s $\varphi = 0{,}086$.
2 $q_v = 10$ l/s $\varphi = 0{,}079$.

le mouvement de rotation de la roue paraît arrêté. Seul subsiste le mouvement relatif.

Le rotoscope donne une vue nouvelle des phénomènes et facilite beaucoup leur compréhension, notamment en permettant de suivre leur évolution en fonction de la vitesse de rotation. De plus, il est possible de réaliser des clichés avec un temps de pose quelconque.

L'utilisation jumelée du rotoscope, du générateur d'éclairs et de l'appareil photographique présente l'avantage de découper la trajectoire relative suivant une base de temps quelconque et réglable. L'inconvénient signalé par la stroboscopie n'intervient pas ici, car la fréquence des éclairs peut être augmentée à volonté jusqu'à ce que la trajectoire apparaisse. L'accélération du mouvement se déduit directement de la photo. Etant donné un écoulement dans une pompe centrifuge, on peut donc connaître parfaitement le mouvement relatif d'une particule puisqu'on dispose de la trajectoire, de la vitesse et de l'accélération.

Avec une mise au point soignée, le rotoscope présente des avantages indiscutables. Son emploi est agréable, facile et rapide. C'est l'outil indispensable aux chercheurs et aux techniciens des plates- formes d'essais qui désirent connaître les écoulements relatifs dans les machines tournantes hydrauliques et aérauliques.

B - Vérification des lois d'écoulement a l'intérieur d'une pompe centrifuge.

Nous avons utilisé nos résultats expérimentaux ainsi que ceux d'un chercheur japonais Masanobu Yamamasu [10]. Celui-ci a publié deux séries de courbes donnant successivement la vitesse relative des bulles par rapport à la roue et celle de l'écoulement proprement dit (fig. 15).

A partir de ces diagrammes, nous avons déterminé la vitesse relative W des bulles par rapport au liquide (fig. 16 et 17).

Vérification de la première loi : $W = kr$.

Considérons les courbes expérimentales n°1 et n° 2 de la figure 16. Il apparaît nettement *une partie rectiligne* qui permet d'obtenir le coefficient k :

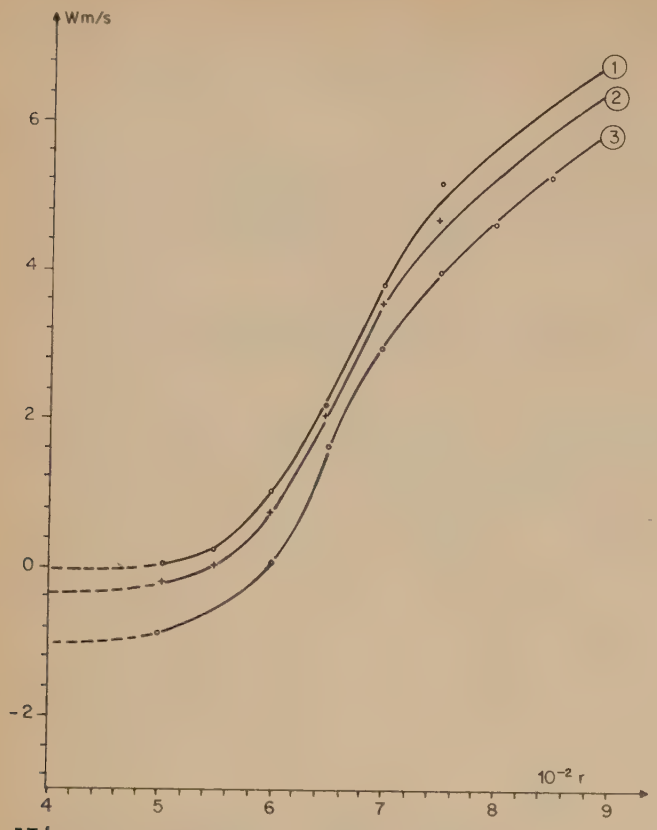
$$k_1 = 420 \qquad \text{et} \qquad k_2 = 496$$

La théorie prévoyait la vitesse :

$$W = a\sqrt{2\omega r}$$

Avec N = 1 600, soit $\omega = 170$, la valeur calculée de k s'élève à $k = 240\,a$.

La valeur $k = 240$ correspond à un champ de pression centrifuge théorique égal à celui que l'on rencontre à débit nul.



17/ Roue convergente / *Impeller converging.*
$\omega = 170 \quad k = 130.$
1 $q_v = 11$ l/s $\varphi = 0{,}096.$
2 $q_v = 10$ l/s $\varphi = 0{,}086.$
3 $q_v = 9$ l/s $\varphi = 0{,}072.$

Afin de vérifier ce résultat, nous allons choisir, à l'aide des caractéristiques de la pompe, une région où le champ de pression est du même type, c'est-à-dire un champ de pression centrifuge.

Les valeurs expérimentales trouvées précédemment ($k_2 = 420$ et $k_3 = 496$) concernent des bulles situées dans l'intervalle $5{,}5.10^{-2} < r < 6{,}7.10^{-2}$. La courbe représentative de la vitesse V du liquide permet de définir le gradient de pression dans cette région.

Nous avons vérifié qu'il y correspond effectivement un champ de pression de type centrifuge. Le coefficient a servant à pondérer le champ de pression théorique pour obtenir le champ de pression réel a été calculé : il est égal à 1,86. On en déduit :

$$W_{théorique} = 450\, r \qquad 420\, r < W_{expérimental} < 496\, r$$

La vérification de la loi $W = kr$ est satisfaisante.

Pour des débits différents, on retrouve des droites de même pente.

Diverses remarques s'imposent :

a) Pour un type de roue donné, donc pour un régime d'écoulement défini, la vitesse relative des bulles satisfait aux formules établies. L'allure des courbes expérimentales est identique à celle des courbes théoriques. Il est évident que les trajectoires réelles ne peuvent pas partir du centre de la pompe. Elles sont issues de la zone de formation de l'émulsion, pour laquelle x est voisin de 0,55.

Nous retrouvons la dispersion des courbes prévue. La pente et, par suite, le maximum dépendent de la vitesse initiale.

Photo 3/

Photo 4/

b) Dans le cas de la roue convergente, on observe dans l'intervalle $5{,}5.10^{-2} < r < 6{,}5.10^{-2}$ les mêmes résultats que précédemment. Ceci est dû à l'égalité des champs de pression que définit l'équation de Bernoulli.

c) Plus généralement, la connaissance du champ de pression d'une pompe quelconque permet de prévoir la vitesse d'une bulle en chaque point.

Vérification de la deuxième loi : $\frac{1}{D}\frac{dD}{dt} \simeq \omega$.

Il est pratiquement impossible de vérifier cette loi sous cette forme. La mesure du diamètre n'est effectuée qu'avec une précision médiocre à cause de l'éclairage imparfait et des milieux optiques non homogènes qu'il faut traverser. Aussi avons-nous utilisé la formule suivante déjà établie :

$$\frac{1}{D}\frac{dD}{dt} = \frac{2}{3}\frac{V'}{r} \simeq \omega \qquad (9)$$

V'/r représente la pente de la droite V′ tracée en pointillés sur la figure 15 : $k = 270$. L'équation devient donc :

$$\frac{1}{D}\frac{dD}{dt} = \frac{2}{3}.270 = 180$$

Théoriquement, sachant que N = 1 600 tr/mn, on a :

$$\omega = \frac{1}{D}\frac{dD}{dt} = 170$$

Nous pouvons considérer la vérification comme bonne. Cette loi est valable dans le cas où le gaz inclus suit la loi de Mariotte. Or, dans une pompe, la présence de vapeur d'eau qui se condense augmente la valeur de dD/dt. Il est à prévoir que dans les régimes de forte cavitation on dépasse largement 170. Une vérification identique se fait avec l'autre type de roue.

Vérification de la troisième loi.

Cette vérification est délicate. Pour obtenir de longues trajectoires, il faut prévoir un temps de pose élevé. Mais un éclairement trop important rend les images floues et les observations deviennent difficiles.

Nous avons considéré les trajectoires dans le mouvement absolu (phot. 3) et dans le mouvement relatif (phot. 4).

La première vue fait apparaître des spirales logarithmiques d'argument $\beta = 60°$. L'interprétation des divers types de trajectoires étant longue, nous ne l'aborderons pas ici.

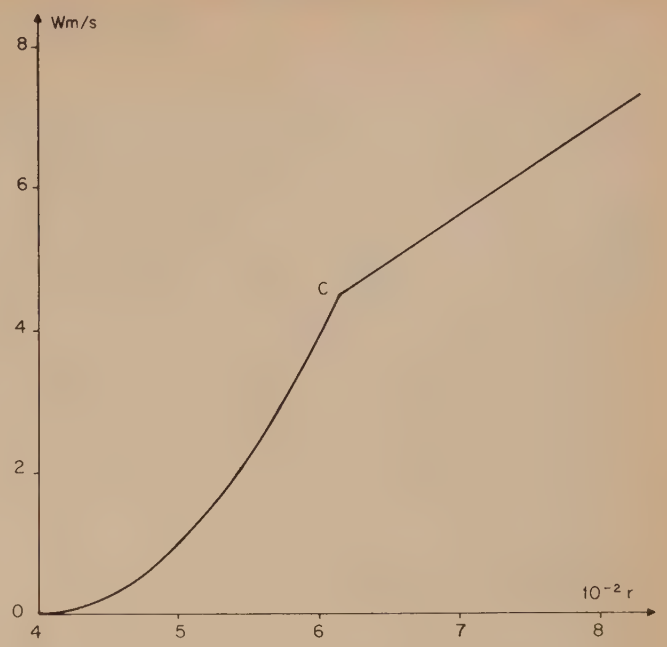
La deuxième vue montre que les trajectoires relatives tendent vers des circonférences parcourues en sens inverse du mouvement d'entraînement. On voit également que les bulles vont bombarder les pales.

Vérification de la quatrième loi : $W = kr^2$.

Considérons la courbe expérimentale n° 3 de la figure 17. Pour :

$4.10^{-2} < r < 6{,}5.10^{-2}$ soit $0{,}4 < x < 0{,}65$

se dessine la courbe d'allure parabolique que nous



18/

avions prévue. Son équation ramenée à un système de coordonnées constitué par son axe de symétrie et par la tangente au minimum s'écrit : $W = kr^2$.

$$\boxed{W = 10^4 r^2}$$

Cette loi s'applique au cas où la poussée d'Archimède est négligeable devant l'effet fusée rapide. La bulle sort d'une zone de dépression où elle s'est enrichie en vapeur d'eau. La condensation provoque l'effet fusée rapide.

Le calcul de l'accélération au point $r = 5{,}5.10^{-2}$ de la courbe 3 (fig. 17) donne :

$$\boxed{\Gamma = 4\,000 \text{ m/s.s}} \qquad \text{soit} \quad \Gamma = 400\,g$$

C'est une accélération considérable.

Remarque.

Les diagrammes des figures 16 et 17 ont permis de vérifier séparément la première et la quatrième loi. Nous allons en faire une interprétation générale.

La considération des courbes expérimentales amène à ne tracer qu'une seule courbe par type de roue dans des conditions de fonctionnement données.

La figure 18 la schématise.

$0 < r < 4.10^{-2}$: région correspondant à l'ouïe d'entrée. La pression s'abaisse considérablement et provoque la cavitation;

$4.10^{-2} < r < 6.10^{-2}$: les courbes expérimentales ont leur origine vers le point $r = 4.10^{-2}$ car c'est là que l'émulsion se produit et s'affine. Comme la mise en pression se fait rapidement, on peut observer un effet fusée rapide que caractérise la parabole OC;

$r > 6.10^{-2}$: lorsque le champ de pression est de type centrifuge, la vitesse W croît linéairement avec le rayon.

Conclusion

Bien que les observations d'une bulle à l'intérieur d'une pompe centrifuge soient difficiles, nous avons pu vérifier les différentes lois d'écoulement avec une certaine précision. L'analyse des photos montre une fois de plus la grande autonomie des bulles dans leur déplacement. Certes elles sont entraînées par le courant liquide, mais elles sont soumises également à des forces qui peuvent être importantes, voire primordiales.

Nous avons vu également que l'effet fusée trouvait une application dans l'étude de la cavitation. Il explique l'importance des phénomènes observés (thermiques, électriques, chimiques, sonores, lumineux) et, par l'intermédiaire du microjet, permet de faire un pas dans la connaissance de l'érosion mécanique.

Les caractéristiques particulières du mouvement déterminé par l'effet fusée se rencontrent dans de nombreux domaines. Chaque fois que l'on se trouve en présence de l'écoulement d'une émulsion, il existe des bulles qui s'autopropulsent. L'étude des problèmes qui s'y rattachent mérite d'être abordée sous cet angle.

L'effet fusée intervient dans les transferts de chaleur et de masse, qui ont un rôle considérable dans l'industrie chimique. Le déplacement rapide des bulles de vapeur à partir de la source de chaleur accélère l'échauffement de la masse de liquide en homogénéisant sa température.

Nous rappelons le rôle de l'effet fusée dans l'érosion de cavitation. Celle-ci apparaît dans les pompes comme nous l'avons étudié, mais aussi dans les canalisations servant au transport diphasé des produits pétroliers. On le rencontre également dans les appareils utilisant les ultrasons (perçeuse à ultrasons). Et pourquoi ne serait-ce pas lui qui permettrait à ces grosses masses d'émulsion que sont les vagues de venir à bout des granits les plus durs ?

Enfin, la médecine pourrait y trouver une explication de certains accidents provoqués par des bulles évoluant dans le sang et même à l'intérieur des cellules.

La construction des machines hydrauliques destinées à véhiculer des émulsions devrait pouvoir s'améliorer. Certes, il faut d'abord concevoir la pompe pour évacuer le liquide. Mais, sachant que les trajectoires des bulles sont des courbes dont l'équation est bien définie, on favorisera leur sortie en leur assurant un passage direct. Les méfaits de la cavitation seront réduits si les bulles ne rencontrent pas d'obstacles qu'elles soumettent à un bombardement continuel.

Depuis la simple perturbation qu'il apporte dans les expériences de visualisation par bulles d'air jusqu'aux applications industrielles les plus sérieuses (MHD [11]), nous devons admettre qu'il joue un rôle d'autant plus important qu'il est méconnu. C'est pourquoi il est nécessaire de mieux étudier les bulles et plus généralement les émulsions.

Bibliographie

[1] Lamb (H.). — Hydrodynamics. Sixth Edition. *Cambridge at the University Press.* 1963.

[2] Vasvari (F.). — The phenomena arising with the cavitation process. — *Acta Techn. Hung.*, 51 (1965).

[3] Chincholle (L.). — Etude et applications de la compression isotherme d'une émulsion de gaz dans un liquide. Thèse 3e cycle présentée à la Faculté des Sciences de Paris (1963).

[4] Milne-Thomson (L. M.). — Theoretical Hydrodynamics. London, *Macmillan.*

[5] Benjamin (T. B.) and Ellis (A. T.). — Cavitation. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, A, vol. 260, pp. 221-240 (1966).

[6] Maslin (P.) et Vivié (J.). — Photographie et Cinématographie ultra-rapides. Actes du 2e Cong. Intern. Paris (sept. 1954). *Assoc. Franç. des Ingénieurs et Techniciens du Cinéma*, p. 377.

[7] Jansen (F.). — Mécanique des fluides. Influence de la condensation sur le mouvement ascensionnel des bulles de vapeur. *C. R. Académie des Sciences*, t. 258 (22 juin 1964). Groupe 2.

[8] Peebles and Garber. — *Chem. Eng. Prog.*, vol. 49 (1953), pp. 88-97.

[9] Thoma (D.). — Die Neue Wasserturbinenversuchsanstalt von Briegleb. Hansen und Co in Gotha. Gotha, *Engelhard.* Rhyersche Hofbuchdruckerei (1928).

[10] Yamamasu (M.). — A study of the flow of water and bubbles through centrifugal pump impellers. *Bulletin of J.S.M.E.*, vol. 3, n° 12 (1960).

[11] Bidart et Sterlini (J.). — Générateur Magnétohydrodynamique fonctionnant par émulsion. Col. Intern. sur la Production Magnétohydrodynamique d'Energie Electrique. Salzbourg, Autriche, 4-8 juillet 1966.

[12] Chincholle (L.). — Mécanique des Fluides. Etude du microjet qui suit une bulle animée d'un double mouvement de translation et d'implosion. *C.R. Académie des Sciences.* Série A, t. 265, 18 décembre 1967, p. 882-885.

[13] Chincholle (L.). — Visualisation des écoulements relatifs dans les machines tournantes. Rotoscope. *La Houille Blanche*, n° 1-1968, p. 51-58.

DEUXIÈME THÈSE

PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ :

ÉVOLUTION DES CONVERTISSEURS ÉLECTRIQUES

VU,
Le Président du Jury,
Signé : ROCARD

VU,
Paris, le 23 juin 1967
Le Doyen de la Faculté des Sciences,
Signé : M. ZAMANSKY

VU et permis d'imprimer,
Le Recteur de l'Académie de Paris,
Signé : JEAN ROCHE

Ets Busson, impr., Paris (18e)